COLLECÇÃO P. S. S.

# COMPENDIO

— DE —

# ARITHMETICA

PARA USO DAS AULAS PRELIMINARES

COM GRANDE NUMERO DE EXERCICIOS E PROBLEMAS

**2.ª EDIÇÃO — 6.º MILHEIRO**

LIVRARIA SALESIANA EDITORA
LARGO CORAÇÃO DE JE[illegible]S — [illegible]ULO
— 1920 —

COLLECÇÃO P. S. S.

# COMPENDIO

— DE —

# ARITHMETICA

PARA USO DAS AULAS PRELIMINARES

**COM GRANDE NUMERO DE EXERCICIOS E PROBLEMAS**

**3.ª EDIÇÃO — 6.º MILHEIRO**



VIRTUS ET LABOR

1920
LIVRARIA SALESIANA EDITORA
S. PAULO

## PRIMEIRA PARTE

# Numeração e operações fundamentaes

### Definições preliminares

*1.* — ***Grandeza*** ou ***quantidade*** é tudo o que é susceptivel de augmento ou diminuição. — Por exemplo: o comprimento duma estrada, a superficie de uma fazenda.

Para formar uma idéa exacta de uma quantidade é necessario medil-a. Medir uma quantidade é procurar quantas vezes ella contém uma outra quantidade já conhecida e da mesma especie, que se chama *unidade*.

*2.* — ***Unidade*** é uma quantidade conhecida, que serve para medir uma outra quantidade da mesma especie.

Assim, quando dizemos que um mastro tem *quatro metros* de comprimento, o metro, que serviu para medil-o, é a unidade. Si dissermos que uma caixa tem *doze pennas* a unidade é a penna.

*3.* — ***Numero*** é a reunião das unidades ou partes das unidades que são contidas em uma quantidade.

Si dissermos, por exemplo, que um muro tem *dez* metros de comprimento, que uma garrafa tem *tres quartos* de litro, as palavras *oito, tres quartos* são numeros.

*4.* — ***O numero*** chama-se:

1.° *Inteiro*, quando exprime unidades inteiras.

Por exemplo: *oito* metros, *trinta* e *cinco* litros, *quatro* jornaes.

2.º *Fracção*, quando exprime uma ou mais partes eguaes da unidade.

Por exemplo: a *metade* duma laranja, *dois terços* de uma pêra.

3.º *Fraccionario*, quando exprime unidades inteiras sommadas com partes da unidade.

Por exemplo: *quatro* laranjas e *meia*; *cinco* pêras e *tres quartos* de pêra. Os numeros *quatro e meia* e *cinco e tres quartos* chamam-se fraccionarios.

4.º *Concreto*, quando traz depois de si a designação da natureza da unidade.

Por exemplo: *oito casas, dez livros, meia laranja.*

5.º *Abstracto*, quando não traz depois de si a designação da natureza da unidade.

Por exemplo: *vinte, trinta* e *oito, tres quartos.*

*5.* — ***Arithmetica*** é a sciencia dos numeros.

*6.* — ***Calculo*** é a arte ou a maneira de compôr e decompôr os numeros por meio de algumas operações.

*7.* — As operações *fundamentaes* da arithmetica são: a *addição*, a *subtracção*, a *multiplicação* e a *divisão*. A addição e a multiplicação compõem os numeros; a subtracção e a divisão os decompõem.

Antes, porém, de apprender compôr e decompôr os numeros é necessario saber formal-os, exprimil-os e represental-os por meio de signaes; é o fim da numeração.

QUESTIONARIO

1. — Que é grandeza? 2. — Que é unidade? 3. — Que é numero? 4. — Quando é que o numero se chama inteiro?... fracção?... fraccionario?... concreto?... abstracto?... 5. — Que é arithmetica? 6. — Que é o calculo? 7. — Quaes são as operações fundamentaes da arithmetica? — Que se deve saber antes de apprender compôr e decompôr os numeros?

## CAPITULO I

## Numeração

*8.* — *A numeração* é a parte da arithmetica que ensina *formar*, *enunciar* e *representar* os numeros. Os numeros se formam accrescentando a unida-



de uma ou mais vezes a si mesma; são enunciados com *palavras*, e representados por *signaes*, chamados *algarismos*.

*9.* — Ha duas especies de numeração: a *numeração fallada* e a *numeração escripta*.

### § 1.º Numeração fallada

*10.* — A numeração *fallada* é arte de enunciar muitos numeros por meio de poucas palavras.

*11.* — Os nomes dos noves primeiros numeros são: *um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove.*

Accrescentando *um* a *nove* tem-se o numero *dez*.

*12.* — O numero *um* chama-se unidade *simples*, ou unidade da *primeira ordem*.

*13.* — A reunião de dez unidades simples chama-se *dezena* e é a unidade da *segunda ordem*.

As dezenas se contam como se contam as unidades dizendo: *uma dezena, duas dezenas, tres dezenas... nove dezenas,* ou melhor *dez, vinte, trinta, quarenta, cincoenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa*. Accrescentando a cada um destes nove ultimos nomes os dos nove primeiros numeros formam-se todos os nomes dos *noventa* e *nove* primeiros numeros. Deste modo teem-se os numeros, *onze, doze, treze, quatorze, quinze dezeseis, dezesete, dezoito dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois,... trinta e quatro... sessenta e oito* e assim successivamente até *noventa e nove*.

*14.* — A reunião de *dez dezenas* chama-se *centena*, e é a unidade da *terceira ordem*.

Conta-se por centenas como se contou por unidades simples e por dezenas: assim diz-se *uma centena, duas centenas tres centenas... nove centenas* ou melhor *cem, duzentos, novecentos*.

Accrescentando a cada um destes nomes os do noventa e nove primeiros numeros, obteem-se todos os numeros até *novecentos e noventa e nove*.

*15.* — A reunião de dez centenas, ou de mil unidades simples, chama-se *milhar*, e é a unidade da *quarta ordem*.

Conta-se por milhares como se contou por unidades s mples, dizendo: *mil, dois mil,... seis mil... nove mil.* O milhar tem, como a unidade simples, as suas *unidades, dezenas*, e *centenas.*

A reunião de dez milhares chama-se *dezena* de *milhares*, e é a unidade da *quinta ordem.*

Conta-se por dezenas de milhares como se contou por dezenas de unidades simples, dizendo: *dez mil, onze mil... vinte mil... sessenta mil... noventa mil.*

A reunião de dez dezenas de milhares chama-se *centena de milhares*, e é a unidade da *sexta ordem.*

Conta-se por centenas de milhares como se contou por centenas de unidades simples, dizendo: *cem mil, duzentos mil... novecentos mil.*

Si depois de cada numero de milhares se collocam os noventa e nove primeiros numeros teem-se todos os numeros comprehendidos entre *um e novecentos e noventa mil novecentos e noventa e nove.*

*16.* — A reunião de dez centenas de milhares, ou de mil milhares, chama-se *milhão*, e é a unidade da *setima ordem*, que possue tambem as *unidades, dezenas* e *centenas*. A *dezena de milhões* é a unidade da *oitava ordem*; a *centena de milhões* é a unidade da *nova ordem.*

*17.* — A reunião de dez centenas de milhões, ou de mil milhões chama-se *bilhão*, e é a unidade da *decima ordem*. Mil *bilhões* formam o *trilhão*, mil trilhões o *quatrilhão*, etc.

O bilhão, o trilhão, etc., tem cada um as respectivas *unidades, centenas, e dezenas*, como as unidades simples, os milhares e os milhões.

Do que precede deduz-se que:

***18.*** — Na expressão de um numero se distinguem: *as unidades principaes* e as *unidades secundarias.*

Chamam-se *unidades principaes* as que teem um nome proprio e conteem dezenas e centenas, como as *unidades simples, os milhares*, os *milhões*, os *bilhões*, etc.

Chamam-se *unidades secundarias* as subdivisões da unidade principal em unidades, dezenas, centenas, como seriam por exemplo, as *unidades*, as *dezenas* e as *centenas* de unidades simples; as *unidades, as dezenas* e as *centenas* de *milhares;* as *unidades, as dezenas* e as *centenas* de milhões, etc.



*19.* — Cada unidade principal com suas subdivisões em *unidades, dezenas* e *centenas* forma um periodo.

Com o auxilio da seguinte tabella torna-se facil gravar na memoria os nomes e a formação dos periodos das unidades das diversas ordens.

| Unidades principaes | | Unidades secundarias | Ordens |
|---|---|---|---|
| 1.° Periodo | *Unidades simples* | Unidades simples. . . | I Ordem |
| | | Dezenas de unid. sim . | II Ordem |
| | | Centenas de unid. sim. | III Ordem |
| 2.° Periodo | *Milhares* | Unidades de milhares . | IV Ordem |
| | | Dezenas de milhares . | V Ordem |
| | | Centenas de milhares . | VI Oordem |
| 3.° Periodo | *Milhões* | Unidades de milhões . | VII Ordem |
| | | Dezenas de milhões. . | VIII Ordem |
| | | Centenas de milhões . | IX Ordem |
| 4.° Periodo | *Bilhões* | Unidades de bilhões . | X Ordem |
| | | Dezenas de bilhões. . | XI Ordem |
| | | Centenas de bilhões. . | XII Ordem |
| 5.° Periodo | *Trilhões* | Unidades de trilhões . | XIII Ordem |
| | | Dezenas de trilhões. . | XIV Ordem |
| | | Centenas de trilhões . | XV Ordem |
| 6.° Periodo | *Quatrilhões* | Unidades de quatrilhões | XVI Ordem |
| | | Dezenas de quatrilhões | XVII Ordum |
| | | Centenas de quatrilhões | XVIII Ordem |

Do que precede resulta que: dez unidades fazem uma dezena, dez dezenas fazem uma centena, dez centenas fazem um milhar, etc.; e, inversamente, um milhar contem dez centenas, uma centena contem dez dezenas, etc.; logo:

*20*. — No nosso systema de numeração, dez unidades de uma ordem qualquer formam uma unidade da ordem immediatamente superior. Eis porque este systema chama-se **decimal** ou **decadico**, e o numero *dez* se diz *base* do systema.

QUESTIONARIO

8 — Que é numeração? — Como se formam os numeros?
— Com que se enunciam os numeros? — Como se represen-
tam os numeros? 9 — Em quantas partes se divide a nume-
ração? 10 — Que é a numeração fallada? 11 — Quaes são os
nomes dos nove primeiros numeros? 12 — Qual é o nome do
numero *um*? 13 — Que é a dezena? Como se contam as de-
zenas? 14 — Que é a centena? Como se contam por centenas?
15 — Que é o milhar... Que é a dezena de milhares... a centena
de milhares? 16 — Que é o milhão? a dezena de milhões?...
a centena de milhões? 17 — Que é o bilhão? o trilhão?... o qua-
trilhão? 18 — Quantas cousas se distinguem na expressão de
um numero? — Quaes são as unidades que se chamam prin-
cipaes? secundarias? 19 — Que é o periodo? 20 — Como se cha-
ma o nosso systema de numeração? Qual é a sua base?

## Exercicios sobre a numeração fallada

### Numeros para se decompôr

*Para decompôr os numeros seguintes o alumno dirá quantas unidades de cada ordem elles conteem, do seguinte modo. Seja o numero* oito mil quinhentos e trinta e dois; *lendo-o dir-se-á: em oito mil quinhentos e trinta e dois* ha oito milhares, cinco centenas, tres dezenas, e duas unidades simples.

**1**. — Trinta e dois; sessenta; setenta; oitenta e nove; cento e quatro.

**2**. — Oitocentos e um; mil duzentos e quarenta e tres.

**3**. — Oitenta e um mil; quatrocentos e tres; duzentos e trinta e sete mil.

**4**. — Cincoenta e nove mil; quatrocentos e sessenta e dois.

**5**. — Tresentos e setenta e sete mil quinhentos e quatro.



**6**. — Sete milhões novecentos e trinta e quatro mil seiscentos e trinta e nove.

**7**. — Sessenta e tres milhões novecentos mil oitocentos e dezesete.

**8**. — Dezoito milhões tres mil tresentos e setenta.

**9**. — Novecentos milhões quatrocentos e setenta e seis mil setecentos e um.

**10**. — Quatro bilhões tresentos setenta e sete milhões oitocentos e dez mil tresentos e cincoenta e seis.

**11**. — No numero setenta e cinco mil quatrocentos e sessenta e nove, quantas unidades da I, da II, da III, da IV e da V ordem ha?

**12**. — A mesma pergunta para os numeros quinhentos e noventa e sete; oito mil quinhentos e quatro; seis mil e quatro; noventa e dois mil quatrocentos e tres; dezesete mil e tresentos.

## § 2.° — Numeração escripta

*21*. — A numeração *escripta* é a arte de representar os numeros por meio de poucos signaes chamados algarismos.

*22*. — Todos os numeros se representam com os algarismos seguintes.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| um | dois | tres | quatro | cinco | seis | sete | oito | nove | zero |

*23*. — Os nove primeiros algarismos são ditos *significativos*. O zero não é algarismo significativo, porque não tem nenhum valor por si mesmo, mas serve para supprir as ordens das unidades que possam faltar na expressão de certos numeros.

*24*. — ***Principio fundamental da numeração escripta***. Todo algarismo collocado á direita de um outro representa uma unidade de ordem immediatamente superior á da unidade expressa por esse outro.

Escreva-se o numero *quarenta e oito*. Este numero compõe-se de oito unidades simples e quatro dezenas, e, de accordo

com o principio precedente, escrever-se-á: 48; *setecentos e cincoenta* e *seis* compõe-se de seis unidades, cinco dezenas, e sete centenas, deverá, pois, ser expresso da maneira seguinte: 756. O numero *duzentos* e *quatro*, que não contém dezenas escreve-se *204*; os numeros *dez, cem, mil, dez mil, cem mil*, etc., escrevem-se 10, 100, 1000, 10000, 100000, pois que o algarismo *1* occupa a 2.ª, a 3.ª, a 4.ª, a 5.ª, ordem á esquerda.

Quando se sabe escrever um numero de tres algarismos, facilmente se escrevem todos os numeros possiveis, pois que elles não pódem se compôr sinão de unidades principaes, de dezenas, e de centenas destas unidades principaes, em que todo numero acha-se composto de periodos, os quaes contêm tres algarismos cada um.

**25. — *Regra para escrever um numero.*** *Para se escrever com algarismos um numero enunciado ou escripto com palavras, procede-se da esquerda para a direita, escrevendo-se em primeiro logar o periodo das maiores unidades, em seguida os outros periodos indo sempre do maior para o menor, tendo o cuidado de supprir com zeros as unidades das ordens que faltem.*

Representemos com algarismos o numero *sete bilhões seis milhões vinte e sete mil e cinco unidades.*

| | bilhões | milhões | milhares | unidades |
|---|---|---|---|---|
| A expressão *sete bilhões* indica que o numero proposto comprehende quatro periodos, pois que as unidades mais altas pertencem ao periodo *bilhões*; além disso, este periodo conterá um só algarismo, porque não possue nem dezenas, nem centenas. Deve-se começar pois por este periodo de bilhões e escrevem-se as *sete unidades de bilhões*. . . . . . . | 7 | | | |
| A palavra *seis milhões* diz que o periodo seguinte contem 6 unidades, mas este periodo não contem nem dezenas nem centenas; collocam-se, portanto dois zeros nestas ordens, e depois as *seis unidades de milhões*. . . . . . . . . . . | . . . | 006 | | |
| Da expressão *vinte e sete mil* deduz-se que o periodo dos milhares contem 2 dezenas e 7 unidades, mas não possuindo centenas, põe-se um zero e escrevem-se depois as *duas dezenas* e *sete unidades de milhares*. | . . . | . . . | 027 | |
| Finalmente nas palavras *cinco unidades* vê-se que o periodo das unidades simples contem 5 unidades, e sendo privado de dezenas e centenas, devem-se pôr dois zeros e em seguida 5 *unidades simples* . . . . . . . | . . . | . . | . . . | 005 |
| Obtem-se, pois, como expressão do numero proposto | 7 | 006 | 027 | 005 |



O numero *tresentos* e *dois mil* e *quarenta unidades* escrever-se-á: 302040; os zeros substituem as dezenas de milhares, as centenas e as unidades simples que faltam no numero proposto.

**26. — *Regra para lêr um numero.*** — *Para se lêr facilmente qualquer numero escripto com algarismos, divide-se este em periodos de tres algarismos a partir da direita e, começando da esquerda, enuncia-se cada periodo, accrescentando ao mesmo o nome das unidades principaes que elle representa.*

**27.** — Todo algarismo significativo tem dois valores, um **absoluto** e outro **relativo**; o valor *absoluto* dum algarismo é o que elle representa isoladamente e que, por convenção, attribuiu-se á sua forma, o valor *relativo* dum algarismo provém e depende do logar que elle occupa no numero escripto.

Assim no numero 8042 o valor absoluto primeiro algarismo á esquerda é oito, e o seu valor relativo é oito milhares, sendo estes da quarta ordem; o valor absoluto do 3.º algarismo é quatro e o valor relativo quatro dezenas, sendo estas da segunda ordem; o 2.º occupa a ordem das unidades, não tem senão valor absoluto; o zero foi, pois, collocado no segundo logar para as substituir as centenas.

**28.** — Obtem-se um numero dez, cem, mil... vezes maior do que um outro, accrescentando á sua direita um dois tres.... zeros.

Seja, por exemplo, o numero 54; accrescentando-lhe um 0, ter-se-á 540, que é dez vezes maior do que 54, porque o 4, que exprimia unicamente unidades, exprime agora 4 dezenas, e o algarismo 5 que, dantes, exprimia dezenas, exprime agora centenas; logo, cada algarismo exprimindo unidades dez vezes maiores o segundo numero é dez vezes maior do que o primeiro.

Do mesmo modo accrescentando-se tres zeros á direita de 32 tem-se 32000, numero mil vezes maior.

QUESTIONARIO

21 — Que é numeração escripta? 22 — Como se representam todos os numeros? 23 — Como se chamam os nove primeiros algarismos? Para que serve o zero? 24 — Qual é o principio fundamental da numeração escripta? 25 — Qual é a regra para escrever com algarismos um numero escripto ou enunciado com palavras? 26 — Qual é a regra para se lêr facilmente qualquer numero escripto com algarismos? 27 — Quantos valores tem os algarismos? Que é o valor absoluto?...o valor relativo? 28 — Que é necessario fazer para obter um numero inteiro 10, 100 e 1000 vezes... maior do que um outro?

## Exercicios sobre a numeração escripta

### Numeros para se escrever com algarismos

**13.** — Déz *unidades*, vinte *unidades*, oitenta e seis *unidades.*

**14.** — Vinte e séte *unidades*, noventa e tres *unidades*, sessenta e cinco *unidades.*

**15.** — Setenta e cinco *unidades*, quarenta e oito *unidades*, oitenta e oito *unidades.*

**16.** — Setenta e duas *unidades*, oitenta e tres *unidades*, cincoenta e cinco *unidades.*

**17.** — Cem *unidades*, cento e dez *unidades*, cento e dezesete *unidades.*

**18.** — Cento e vinte quatro *unidades*, centó e trinta *unidades.*

**19.** — Cento e sessenta e oito *unidades*, cento e setenta e cinco *unidades.*

**20.** — Cento e nove *unidades*, cento e sete *unidades*, duzentos e déz *unidades.*

**21.** — Tresentas e cincoenta e uma *unidades*, quatrocentas e setenta e sete *unidades.*



**22.** — Seiscentas e duas *unidades*, setecentas e noventa e tres *unidades*.

**23.** — Quatrocentas e noventa e uma *unidades*, quinhentas e cincoenta e seis *unidades*.

**24.** — Oitocentas e trinta e tres *unidades*, novecentas e nove *unidades*.

**25.** — Novecentas e noventa e cinco *unidades*, novecentas e sete *unidades*.

**26.** — Mil *unidades*, mil e uma *unidades*, duas mil *unidades*.

**27.** — Tres mil e sete *unidades*, quatro mil e quarenta *unidades*.

**28.** — Sete mil e oito *unidades*, oito mil cento e doze *unidades*.

**29.** — Nove mil e trinta e uma *unidades*, desessete mil e cincoenta e quatro *unidades*.

**30.** — Trinta e sete mil e nove *unidades*, sessenta mil e doze *unidades*.

**31.** — Setenta mil e quarenta *unidades*, oitenta mil e oitenta e sete *unidades*.

**32.** — Cento e dezesete mil quinhentas e vinte duas *unidades*.

**33.** — Quatrocentas e trinta e cinco mil duzentas e noventa e sete *unidades*.

**34.** — Oitocentas mil seiscentas e quatro *unidades*, seiscentas mil e duas *unidades*.

**35.** — Setecentas e dezoito mil *unidades*, tresentas e duas *unidades*.

**36.** — Novecentas mil e sete *unidades*, trinta e duas mil e uma *unidades*.

**37.** — Dois milhões seiscentas e vinte cinco mil e quatrocentas *unidades*.

**38.** — Dez milhões seiscentas mil tresentas e vinte e cinco *unidades*.

**39.** — Quarenta e tres milhões novecentas mil e vinte quatro *unidades*.

**40.** — Setenta e sete milhões oitocentas mil e quinze *unidades*.

**41.** — Noventa e cinco milhões seis mil e vinte e duas *unidades*.

**42.** — Oitenta e dois milhões quatro mil e duas *unidades*.

**43**. — Sessenta milhões oitocentas e noventa e duas mil cento e sete *unidades*.

**44**. — Duzentos milhões seiscentas e doze mil e cincoenta e quatro *unidades*.

**45**. — Quatrocentos milhões tres mil e quatro *unidades*.

## Numeros para se escrever com palavras

| | | | |
|---|---|---|---|
| **46**.— 14 | **54**.— 650005 | **62**.— 35000918 | **70**.— 58976224 |
| **47**.— 60 | **55**.— 990660 | **63**.— 75007007 | **71**.— 28754105 |
| **48**.— 400 | **56**.— 570107 | **64**.—300150900 | **72**.— 1000500 |
| **49**.— 806 | **57**.— 9006014 | **65**.— 45040110 | **73**.— 4330900 |
| **50**.— 6004 | **58**.— 92100122 | **66**.—708000549 | **74**.— 43075045 |
| **51**.— 4068 | **59**. 800800003 | **67**.—970730405 | **75**.— 3008727 |
| **52**.— 80062 | **60**.—400000901 | **68**.— 4050300 | **76**.—909909990 |
| **53**.— 96089 | **61**.— 8794015 | **69**.—150190150 | **77**.—505054044 |

## Dizer os valores de cada algarismo dos numeros seguintes

| | | | |
|---|---|---|---|
| **78**.—7204 | **81**.— 40006 | **84**.— 6700090 | **87**.—5486400005 |
| **79**.—3972 | **82**.— 70016 | **85**.— 79543900 | **88**.— 783582704 |
| **80**.—4976 | **83**.—960049 | **86**.—600400900 | **89**.—6262457892 |

**90**. — Escrever um numero

| | | |
|---|---|---|
| 1.° | 10 | vezes maior do que . . . 47 |
| 2.° | 100 | |
| 3.° | 1000 | |
| 4.° | 10000 | |
| 5.° | 100000 | |
| 6.° | 1000000 | |

**91**. — Escrever um numero 10 vezes maior do que . 784

**92**. — 1000 vezes maior do que . . . . . . . 746

**93**. — Escrever um numero

| | | |
|---|---|---|
| 1.° | 10 | vezes maior do que . . 7468 |
| 2.° | 100 | |
| 3.° | 1000 | |
| 4.° | 10000 | |
| 5.° | 100000 | |
| 6.° | 1000000 | |

Escrever um numero

**94**.—1000000 de vezes maior do que . . . . . . 245

**95**. — 100 vezes maior do que . . . . . . . 976476

**96** — Quantos algarismos deve haver em um numero que exprime.

1.° dezenas ?
2.° milhares ?
3.° milhões ?
4.° bilhões ?
5.° trilhões ?
6.° dezenas de milhares ?
7.° centenas de milhares ?
8.° dezenas de milhões ?
9.° centenas de trilhões ?
10.° dezenas de quatrilhões ?



**97**. — Que ordem de unidades representa o 2.°, o 3.° o 4.°, o 5.°, o 6.°, o 7.°, o 12.°, o 13.°, o 15.°, o 17.°, o 20.°, o 24.°, o 29.°, o 30.° algarismo de um numero?

## § 3.° Numeração dos decimaes

*29*. — Chamam-se *decimaes* aquellas partes que são dez, cem, mil... vezes menor do que a unidade, e que são successivamente de dez em dez vezes menor uma do que a outra.

A formação das partes decimaes torna-se comprehensivel com o seguinte exemplo: dividindo-se uma laranja em 10 partes eguaes, cada parte será a decima parte da unidade ou da laranja, pois que 10 destas partes fazem uma laranja inteira; se se dividir em seguida cada decima parte ainda em 10 partes eguaes, obter-se-ão centesimos porque são necessarios 100 centesimos para fazer a unidade ou a laranja inteira. O mesmo acontece si em vez de se tomar uma laranja, se propuzesse dividir em partes eguaes qualquer outra especie de unidade.

Do que precedé resulta que:

O **decimo** é a decima parte da unidade: o **centesimo** é a decima parte do decimo ou a centesima parte da unidade; o **millesimo** é a decima parte do centesimo ou a millesima parte da unidade, etc.

Reciprocamente, a unidade contem 10 **decimos**, ou 100 **centesimos**, ou 1000 **millesimos**: o decimo contem 10 **centesimos**, ou 100 **millesimos**., etc.

*30*. — Para se distinguir o numero inteiro da parte decimal usa-se o signal (,) chamado **virgula decimal**, que se põe entre a parte inteira e a parte decimal.

O primeiro algarismo depois da virgula, achando-se á direita das *unidades simples*, exprimem unidades dez vezes menores, ou *decimos*; o segundo achando-se á direita dos *decimos*, exprime unidades dez vezes menores ou *centesimos*; analogamente, o terceiro algarismo exprime *millesimos*, o quarto *decimos millesimos*, etc.

Assim no numero 26,345 os dois algarismos 2 e 6 collocados á esquerda, representam unidades inteiras; passando para a direita da virgula o algarismo 3 indica os decimos, 4 os centesimos e 5 o millesimos; assim o numero enunciar-

se-á do seguinte modo: *vinte e seis unidades, tres decimos, quatro centesimos, cinco millesimos.*

**31.** — Um numero composto de uma parte inteira e uma parte decimal chama-se **numero decimal.**

Tal é o numero 28,47; 28 é a parte inteira e 47 a parte decimal.

**32.** — Um numero composto unicamente de partes decimaes chamam-se **fracção decimal.**

Assim, si no numero precedente, não entrasse a parte inteira 28 elle seria escripto 0,47.

**33.** — Os algarismos collocados á direita da virgula chama-se **algarismos decimaes.**

**34.** — ***Regra para se escrever um numero decimal.*** — *Para se escrever com algarismos um numero decimal enunciado ou escripto com palavras, escreve-se primeiramente a parte inteira; á direita desta põe-se a virgula e seguidamente a fracção decimal collocando successivamente os decimos, os centesimos, os millesimos, etc,; faltando qualquer ordem de decimaes colloca-se um zero no logar correspondente, e si o numero proposto não contiver inteiros, põe-se em seu logar um zero seguido da virgula.*

Assim o numero vinte e quatro unidades quinhentos e quarenta millesimos escrever-se-á 24,540; sessenta e cinco millesimos 0,065; oito millesimos 0,008.

**35.** — ***Regra para se lêr um numero decimal.*** — *Para lêr um numero decimal escripto com algarismos exprime-se primeiramente a parte inteira como se estivesse isolada, depois a parte decimal como si fosse um numero inteiro, exprimindo no fim do enunciado o nome da unidade do ultimo algarismo á direita.*

Seja o numero 324,87, a parte decimal contém 8 decimos ou 80 centesimos, e 7 centesimos, o que faz 87 centesimos; dir-se-á pois: 324 unidades 87 centesimos.

**36.** — Não se muda o valor dum numero decimal accrescentando ou supprimindo á sua direita um numero qualquer de zeros.



Seja, por exemplo, 5,24; accrescentando um zero a sua direita tem-se 5,240.

Primitivamente tinham-se 5 unidades 24 centesimos, agora teem-se 5 unidades 240 millesimos; o numero da parte decimal é dez vezes maior, mas estas partes sendo dez vezes menores, houve compensação; com effeito, sabe-se que 1 centesimo vale 10 millesimos; logo 24 centesimos valem 240 millesimos.

**37.** — Dado um numero decimal, obtem-se um outro 10, 100, 1000... vezes maior transportando a virgula uma, duas, tres ordens para a direita.

Seja o numero 264,576; avançando a virgula duas ordens para a direita obtem-se o numero 26457, 7.

Ora, é claro que cada algarismo deste numero representa unidades dez vezes maiores do que os do numero primitivo; o algarismo 4, por exemplo, exprimia unidades unicamente e agora representa centenas, o 5 que exprimia decimos exprime agora dezenas, etc. Logo o segundo numero é 100 vezes maior do que o primeiro.

**38.** — Dado um numero decimal, obtem-se um outro 10, 100, 1000... vezes menor transportando a virgula uma, duas, tres.. ordens para a esquerda.

Seja o numero 537,25; transportando a virgula uma ordem para a esquerda obter-se-á 53,725, que é 10 vezes menor.

Se o numero dado é inteiro, para obter-se um outro 10, 100, 1000,... vezes menor deve-se separar com a virgula um, dois, tres... algarismos á direita do numero dado.

Assim, para se obter um numero dez vezes menor do que *84*, basta collocar uma virgula á esquerda do 4, o que dá 8,4.

**39.** — Quando se procura um numero 10, 100, 1000... vezes menor do que um outro, si o numero dado não tem algarismos sufficientes á esquerda da virgula, põem-se tantos zeros quantos requer a operação e um a mais no logar que a unidade devia occupar.

Seja achar um numero 1000 vezes menor do que 8 e um outro mil vezes menor do que 2,625; deve-se fazer preceder de tres zeros cada um destes numeros; o primeiro destes zeros seguido da virgula occupa o logar da unidade, e os outros reduzem os numeros primitivos ao valor pedido, que é 0,008 e 0,002625, numeros evidentemente mil vezes menores do que os primeiros, pois que as unidades tornaram-se millesimos, etc.

## Tabella synoptica do systema de numeração

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 4 | Centenas de quatrilhões | Progressão ascendente |
| | 0 | 0 | Dezenas de quatrilhões | |
| 3 | 0 | 0 | **Quatrilhões** | |
| 4 | 6 | 0 | Centenas de trilhões | |
| 7 | 0 | 5 | Dezenas de trilhões | |
| 3 | 0 | 0 | **Trilhões** | |
| 5 | 0 | 0 | Centenas de bilhões | |
| 2 | 4 | 8 | Dezenas de bilhões | |
| 7 | 0 | 6 | **Bilhões** | |
| 8 | 0 | 0 | Centenas de milhões | |
| 6 | 0 | 0 | Dezenas de milhões | |
| 4 | 0 | 0 | **Milhões** | |
| 1 | 0 | 2 | Centenas de milhares | |
| 9 | 0 | 7 | Dezenas de milhares | |
| 8 | 4 | 6 | **Milhares** | |
| 6 | 5 | 7 | Centenas de unidades | |
| 4 | 7 | 0 | Dezenas de unidades | |
| 1 | 9 | 8 | **Unidades** | |
| 7 | 0 | 4 | Decimos | Progressão descendente |
| 6 | 0 | 2 | Centesimos | |
| 2 | 6 | 0 | **Millesimos** | |
| 8 | 0 | 0 | Decimos millesimos | |
| 8 | 8 | 0 | Centesimos millesimos | |
| 5 | 0 | 0 | **Millionesimos** | |
| 4 | 0 | 7 | Decimos millionesimos | |
| 7 | 9 | 6 | Centesimos millionesimos | |
| 8 | 9 | 0 | **Billionesimos** | |
| 9 | | 8 | Decimos billionesimos | |
| | | 9 | Centesimos billionesimos | |

### QUESTIONARIO

29. — Que se entende por decimaes? Que é o decimo?... o centesimo?... o millesimo? 30. — Quaes os signaes que se usam para distinguir o numero inteiro da parte decimal? Que representa o 1.º algarismo á direita da virgula?.. o segundo?... o terceiro?... 31. — Qual o numero que se chama



decimal? 32. — Quaes os numeros que se chamam fracções decimaes? 33. — Quaes os algarismos que se chamam decimaes? 34. — Qual é a regra para se escrever um numero decimal enunciado ou escripto com palavras? 35. -- Qual é a regra para se lêr um numero decimal escripto com algarismo? 36. — Muda-se o valor de um numero decimal accrescentando ou supprimindo zeros á sua direita? 37. — Dado um numero decimal, como se procede para se obter um outro 10, 100, 1000... vezes maior? 38. — ... menor? Dado um numero inteiro como se procede para se obter um outro 10, 100, 1000 vezes menor? 39. — Si o numero dado não contém algarismos sufficientes á esquerda da virgula, que é necessario fazer para se obter um outro 10, 100, 1000... vezes menor?

## Exercicios sobre a numeração dos decimaes

### Numeros para escrever com algarismos

**98.** — Sessenta e cinco *unidades* e quatro *decimos;* vinte e sete *unidades.*

**99.** — Trinta e oito *unidades* e vinte e tres *centesimos;* cincoenta *millesimos.*

**100.** — Quarenta e quatro *unidades;* quarenta e oito *centesimos;* cem *decimos millesimos.*

**101.** — Tresentos e trinta e quatro *unidades.*

**102.** — Vinte e duas *unidades* e quarenta e oito *millesimos.*

**103.** — Mil e seis *unidades* e cinco decimos *millesimos.*

**104.** — Vinte e tres *unidades* e cinco *millionesimos.*

**105.** — Setenta e cinco *unidades* vinte e dois *millionesimos.*

**106.** — Oitocentos e quinze *unidades* e quinze decimos *millesimos.*

**107.** — Quarenta mil e dez *unidades* e trez *centesimos.*

**108.** — Vinte e sete *unidades* cento e dois *billionesimos.*

**109.** — Vinte mil e dez *unidades* e trinta *millionesimos.*

**110.** — Dois *decimos;* quarenta e tres *centesimos;* setenta e quatro mil noventa e um *centesimos millesimos;* quinhentos *centesimos millesimos.*

**111.** — Oito mil quatrocentos e quatro *centesimos millesimos* e setenta e quatro *millionesimos.*

**112.** — Quatro mil e oitocentos e setenta e cinco *centesimos millesimos;* cincoenta e um mil duzentos e sete *millionesimos.*

**113.** — Vinte mil quatrocentos e setenta e dois *centesimos millesimos*; nove *decimos*.

**114.** — Oito mil setecentos e cincoenta e sete *decimos millesimos*; oitenta mil quatrocentos e sessenta e cinco *centesimos millesimos*.

## Enunciar e escrever com palavras os numeros seguintes

| | | | |
|---|---|---|---|
| **115.**— 6,45 | **120.**—541,400 | **125.**—130,06046 | **130.**— 452,010778 |
| **116.**— 7,07 | **121.**—703,896 | **126.**—188,36006 | **131.**— 374,100806 |
| **117.**— 8,90 | **122.**—213,521 | **127.**— 72,26007 | **132.**—7657,008007 |
| **118.**— 9,909 | **123.**—825,1200 | **128.**—375,500005 | **133.**—1898,04 |
| **119.**—402,899 | **124.**—354,0064 | **129.**— 41,004064 | **134.**— 709,010305 |

## Fracções decimaes

| | |
|---|---|
| **135.**—0,0004 | **143.**—0,9540625 |
| **136.**—0,000607 | **144.**—0,075003 |
| **137.**—0,004 | **145.**—0,69804445 |
| **138.**—0,0007007 | **146.**—0,736050210 |
| **139.**—0,00001001 | **147.**—0,00500019 |
| **140.**—0,0000004 | **148.**—0,0000501 |
| **141.**—0,0700407 | **149.**—0,070120807 |
| **142.**—0,401950 | **150.**—0,000080095 |

## Exercicios sobre as propriedades da numeração

Por meio da virgula fazer com que o ultimo algarismo á direita

**151.** — N.º 84567 exprima millesimos
**152.** — » 30045 » centesimos millesimos
**153.** — » 840045 » millionesimos
**154.** — » 4012 » centesimos millesimos
**155.** — » 43625 » centesimos
**156.** — » 7345 » centesimos
**157.** — » 14871 » centesimos billionesimos
**158.** — » 18645 » decimos billionesimos



**159.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes maior do que . . . 4,50

**160.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes maior do que . . . 0,05

**161.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes menor do que . . . 874

**162.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes menor do que . . . 4,85

**163.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes menor do que . . . 0,05

**164.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes maior do que . 45,12038

**165.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes menor do que . . 146,006

**166.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes menor do que . . 7654,406

**167.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes menor do que . . 4,0052

**168.** — Escrever um numero
1.º 10
2.º 100
3.º 1000
4.º 10000
5.º 100000
6.º 1000000
vezes maior do que . 0,000025

Escrever um numero

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **169.** — | 10 | vezes | menor | do | que | 781 |
| **170.** — | 1000 | » | maior | » | » | 4,867 |
| **171.** — | 1000 | » | menor | » | » | ,74 |
| **172.** — | 100 | » | » | » | » | 9,35 |
| **173.** — | 1000 | » | maior | » | » | 6,468 |

174. — 1000 vezes maior do que 0,45
175. — 1000000 » menor » » 4,10
176. — 1000000 » » » » 0,11
177. — 100000 » » » » 0.476
178. — 10000 » maior » » 1212,4°1
179. — 10 » » » » 401,5
180. — 1000 » » » » 9,6796
181. — 10 » » » » 0,055
182. — 100 » menor » » 4,0000007
183. — 1000 » maior » » 0,007
184. — 10 » menor » » 0,07
185. — 10000000 » maior » » 674,867
186. — 10000 » menor » » 60600,867
187. — 10000000 » » » » 9,45
188. — 100000 » maior » » 74,46
189. — 1000 » menor » » 7,678
190. — 100000 » » » » 6,842
191. — 100000 » maior » » 4652,0
192. — 10000000 » menor » » 4684,68009
193. — 10000000 » » » » 64666,67
194. — 10000000 » maior » » 0,460906

## § 4.° — Algarismos romanos

*40.* — Os romanos para escrever os numeros serviam-se dos sete caracteres seguintes:

I ou ***i, j*** para significar ***um***
V ou ***v*** » » ***cinco***
X ou ***x*** » » ***dez***
L ou ***l*** » » ***cincoenta***
C ou ***c*** » » ***cem***
D ou ***d*** » » ***quinhentos***
M ou ***m*** » » ***mil***

*41.* — Para escrever os numeros com estes caracteres estabeleceram-se as seguintes convenções: 1.° um algarismo collocado á direita de um outro de maior valor somma-se com este; 2.° um algarismo collocado á esquerda de um outro ao qual elle é superior, fica diminuido de um valor egual ao valor expresso pelo algarismo inferior; 3.° uma rectasinha collocada sobre qualquer algarismo torna-o mil vezes maior.



Assim

| | | |
|---|---|---|
| II | significa | 2 |
| IV | » | 4 |
| VIII | » | 8 |
| XX | » | 20 |
| XIX | » | 19 |
| XL | » | 40 |
| LX | » | 60 |
| LXXIV | » | 74 |

Assim

| | | |
|---|---|---|
| XC | significa | 90 |
| XVI | » | 16 |
| CIX | » | 109 |
| DC | » | 600 |
| DCCIX | » | 709 |
| MDCCLXXVII | » | 1777 |
| MCD | » | 1400 |
| $\overline{MMV}$ | » | 2005000 |

QUESTIONARIO

40. — Quaes eram os caracteres de que se serviam os romanos para escrever os numeros? Qual é o valor destes algarismos? 41. — Quaes são os principios convencionaes estabelecidos para se escreverem os numeros por meio destes caracteres.

## Exercicios sobre os algarismos romanos

Escrever com algarismos arabes ou communs os seguintes numeros escriptos com algarismos romanos

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **195** | I | **208** | XIX | **221** | CCCI | **234** | CMLXIX |
| **196** | II | **209** | XX | **222** | CCCC | **235** | CMXXXXII |
| **197** | X | **210** | XXIV | **223** | IV | **236** | DCCCCIX |
| **198** | L | **211** | XXXV | **224** | CD | **237** | CDLXXXXII |
| **199** | C | **212** | XL | **225** | CM | **238** | CCCLIII |
| **200** | D | **213** | XLIX | **226** | CMIV | **239** | CDXXXIV |
| **201** | M | **214** | LI | **227** | MCIV | **240** | DXXXXI |
| **202** | VI | **215** | LXV | **228** | MMCC | **241** | MVIII |
| **203** | IV | **216** | XCIV | **229** | MMMVI | **242** | MDVIII |
| **204** | VII | **217** | XCIX | **230** | MXXV | **243** | MDCXC |
| **205** | IX | **218** | CXI | **231** | MCCV | **244** | MDCCCXL |
| **206** | XI | **219** | CIV | **232** | DCCLVI | **245** | MDCLXXXI |
| **207** | XV | **220** | CVI | **233** | DCCCXXXI | **246** | MCDLIX |

**Escrever com caracteres romanos os seguintes numeros**

| 247 | 1 | 260 | 14 | 273 | 59 | 286 | 875 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 248 | 2 | 261 | 15 | 274 | 60 | 287 | 487 |
| 249 | 3 | 262 | 16 | 275 | 68 | 288 | 372 |
| 250 | 4 | 263 | 17 | 276 | 75 | 289 | 695 |
| 251 | 5 | 264 | 18 | 277 | 84 | 290 | 209 |
| 252 | 6 | 265 | 19 | 278 | 99 | 291 | 832 |
| 253 | 7 | 266 | 20 | 279 | 106 | 292 | 440 |
| 254 | 8 | 267 | 25 | 280 | 419 | 293 | 1742 |
| 255 | 9 | 268 | 29 | 281 | 840 | 294 | 3246 |
| 256 | 10 | 269 | 30 | 282 | 875 | 295 | 2013 |
| 257 | 11 | 270 | 34 | 283 | 965 | 296 | 1146 |
| 258 | 12 | 271 | 46 | 284 | 444 | 297 | 1650 |
| 259 | 13 | 272 | 54 | 285 | 632 | 298 | 1868 |

## Problemas de recapitulação sobre a numeração

### Escrever com palavras os numeros escriptos com algarismos e vice-versa

**299**. — A população de Turim em 1687 era de 180.520 habitantes.

**300**. — O consumo annual de assucar em todo o globo calcula-se em 2.342.722 pipas, sendo 2.057.653 de canna, e 285069 de beterraba.

**301**. — A população da Italia em 1867 era de 26.766.818 habitantes.

**302**. — O planeta Mercurio dista do Sol de 59.000.000 de kilometros, Venus de 111.000.000, a Terra de 234.000.000, Jupiter de 795.000.000, Saturno de 1.400.000.000, Urano de 3.000.000.000, Neptuno de 4.000.000.000.

**303**. — A Italia possue cerca de dezenove milhões duzentos e quarenta mil e oitocentas cabeças de gado, sendo: 3.272.590 da raça bovina, 1.286.450 da equina, 3.649.910 da suina e 11.031.910 das ovina e caprina.

**304**. — O comprimento do quarto do meridiano terrestre, que passa por Turim, é igual a dezenove milhões quatrocentos e quarenta mil pés, o que dá para o circuito da terra setenta e sete milhões e setecentos mil pés.

**305**. — Para contar um certo numero de pregos elles foram postos em tres especies de caixinhas, sendo: sete pequenas, contendo cada uma dez pregos; nove de tamanho medio, contendo cem pregos cada uma; cinco grandes contendo mil pregos cada uma e sobrando tres: quantos pregos havia ao todo?

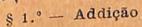


**306**. — Teem-se tres livros que levam as datas seguintes: o primeiro MCCXIX; o segundo MCXLI e o terceiro MCCCXXXIX; escrever estes numeros comalgarismos communs e enuncial-os.

**307**. — Um naturalista descobriu numa gotta d'agua mil milhões de animalunculos.

**308**. — Achar quantas peças de 10 centimos se acham em uma casa de moeda, estando estas peças distribuidas em 35 sacolas, das quaes uma com 59 peças, 6 com 100, 8 com 1.000, 7 com 10.000, 9 com 100.000, e 4 com 1.000.000.

# CAPITULO II

## Operações fundamentaes

### § 1.° — Addição

**42**. — ***A addição*** é uma operação pela qual, dados varios numeros da mesma especie, forma-se um terceiro numero que se compõe de tantas unidades quantas tiverem juntamente os numeros dados.

Os numeros que se sommam chamam-se *parcellas, partes* ou *termos*. O resultado da addição se diz *somma* ou *total*. A somma é da mesma especie que suas parcellas.

A addição se indica com o signal +, que se lê *mais*, e que se colloca entre os numeros que se devem sommar, como $5+4+8$.

**43**. — A addição póde apresentar tres casos principaes.

1.° — Sommar numeros de um só algarismo.
2.° — Sommar numeros de varios algarismos.
3.° — Sommar numeros decimaes.

***1.° Caso. Addição de numeros de um só algarismo.***

Seja a sommar 7, 5, 6, 4 e 9.

Esta addição não apresenta nenhuma difficuldade, mesmo porque taes operações se fazem desde creança; digo pois 7 e 5 fazem 12, e 6 são 18, e 4 fazem 22 e 9 são 31 unidades:

A somma procurada é 31.

Para indicar que duas quantidades são eguaes colloca-se entre as duas quantidades o signal =, que se lê ***egual a***. Assim a somma dos numeros 7, 5, 6, 4, 9 sendo egual a 31, pode-se escrever

$$7+5+6+4+9=31,$$

que se lê 7 *mais* 5 *mais* 6 *mais* 4 *mais* 9 é *egual* a 31.

*2.º Caso — Addição de numeros compostos de varios algarismos.*

Seja realisar a addição 32 + 54 + 103.

Escriptos os numeros uns sob os outros de modo que as unidades de cada ordem se achem numa mesma columna vertical, unidades debaixo de unidades, dezenas debaixo de dezenas etc. como se vê ao lado, e traçada uma linha horisontal, inicia-se da 1.ª columna á direita, dizendo: 2 e 4 fazem 6, e 3 são 9; passando-se á 2.ª columna diz-se 3 e 5 fazem 8, que se escreve debaixo das dezenas; a 3.ª columna contem sómente uma centena, que se escreve na ordem das centenas, e tem-se assim a somma 189.

```
 32
 54
103
---
189
```

O exemplo precedente apresenta-se facil, porque o total das unidades duma mesma ordem não passa de 9. Quando os termos são taes que as unidades dão um total superior a 9, opera-se como segue.

Seja, por exemplo, sommar os quatro numeros seguintes: 2842, 3598, 7359 e 9854.

Depois de haver collocado os numeros uns sob os outros e traçado a linha horisontal, como ao lado, diz-se:

```
 2842
 3598
 7359
 9854
-----
23653
```

2 e 8 são 10, e 9 fazem 19, e 4 fazem 23 unidades; em 23 unidades estão contidas 3 unidades que se escrevem debaixo da columna das unidades, e 2 dezenas que se levam para a columna das dezenas; e passando á 2.ª columna diz-se: 2 dezenas reservadas e 4 dezenas são 6 dezenas, e 9 fazem 15, e 5 fazem 20, e 5 são 25 dezenas; em 25 dezenas estão contidas 5 dezenas, que se escrevem debaixo das columnas das dezenas, e 2 centenas que se levam para a columna das centenas dizendo: 2 centenas reservadas e 8 centenas fazem 10 centenas e 5 fazem 15, e 3 são 18, e 8 são 26 centenas; escrevem-se 6 centenas e reservam-se 2 milhares; 2 milhares reservados e 2 fazem 4 milhares, e 3 são 7 e 7 são 14, e 9 são 23 milhares; escrevem-se 3 milhares debaixo da columna dos milhares, e collocam-se depois as 2 dezenas de milhares á esquerda dos milhares do total, o que dá 23653 unidades para a somma dos quatro numeros propostos.

*3.º Caso — Addição de numeros decimaes.*

Para sommar numeros decimaes opera-se como para os numeros inteiros, isto é, escrevendo as parcellas umas debaixo das outras, de modo que as unidades se colloquem sob as unidades, as dezenas sob as dezenas, etc., os decimos debaixo dos decimos os centesimos debaixo dos centesimos, etc.; e



realisada a somma separam-se á direita tantos algarismos quantos os algarismos decimaes da parcella que tem maior numero de algarismos decimaes.

Seja a sommar 24,25; 8,5 e 213,04.

Disposta a operação, inicia-se da ultima columna, dizendo: 5 centesimos e 4 centesimos fazem 9 centesimos, que se escrevem debaixo da columna dos centesimos; 2 decimos e 5 decimos são 7 decimos, que se collocam debaixo das columnas dos decimos; colloca-se então a virgula para separar a parte inteira da parte decimal, e sobre o restante opera-se como no 2.º caso.

Sommem-se como o 2.º exemplo os numeros 12,05; 84,0089; 32,15 e 3674,5.

Disposta a operação, opera-se como precedentemente.

Podem-se collocar zeros ou pontos nos logares das ordens que faltam, para facilitar a operação.

```
  12,05..
  84,0089
  32,15..
3674,5...
---------
3802,7089
```

*44. — **Prova da addição.*** Assim se chama a uma segunda operação que serve para *verificar* a primeira.

A prova da addição póde-se fazer de dois modos: 1.º refazer a operação, procedendo, porém, debaixo para cima; 2.º reunindo uma parte das parcellas, depois uma outra parte e sommando-se os dois totaes; a sua somma deve ser egual ao total da primeira operação.

## QUESTIONARIO

42. — Que é a addição? — Como se chamam os numeros a se sommarem? — Como se chama o resultado da addição? 43. — Quantos casos principaes póde apresentar a addição? Indique-me o primeiro caso? o segundo? o terceiro? 44. — Que se chama prova de uma operação? — De quantos modos se pode fazer a prova da addição? — Indique-os.

## Exercicios sobre a addição

**309** | 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 9 + 3 + 4 + 5.

**310** | 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9.

**311** | 41 + 12 + 15 + 20 + 11.

**312** | 412 + 20 + 320 + 214 + 21 + 2.

**313** | 25 + 12 + 40 + 11 + 16 + 28.
**314** | 3 + 20 + 302 + 231.
**315** | 421 + 203 + 110 + 204.
**316** | 501 + 3 + 120 + 212 + 22 + 41.
**317** | 26 + 39 + 78 + 54 + 78.
**318** | 986 + 806 + 469 + 694 + 696 + 499 + 986 + 468.
**319** | 7643954 + 9640706 + 4078007.
**320** | 9500794 + 3796074 + 9680949.
**321** | 790674321 + 642797899 + 960978947.
**322** | 8438 + 5695 + 4578 + 8827.
**323** | 7946 + 9657 + 8965 + 6079 + 3748.
**324** | 3784 + 7976 + 4767 + 8995 + 7356.
**325** | 6097 + 7978 + 5748 + 9607 + 5439.
**326** | 9542 + 3798 + 7659 + 8742 + 9009.
**327** | 7866 + 9297 + 4559 + 3076 + 2964.
**328** | 79645 + 34579 + 69647 + 37694.
**329** | 97874962 + 64989765 + 74765284.
**330** | 6,96 + 3,996 + 78 + 4,39 + 4,79 + 2,68.
**331** | 3,78 + 8,95 + 9,84 + 9,38 + 37,14 + 6,053 + 674 + + 4,98 + 5,75 + 5,55 + 47 + 15 + 1,75 + 2,55.
**332** | 742,75+904,05+564,95+405,055+9,6075+760,6425+ +70409,76+40790,4076+74962,0048+3056,7095+ +648,0566+0,07545.

**333.** — Victor Silva, nascido em S. Paulo em 1749, viveu 54 annos; em que anno morreu?

**334.** — Roberto nasceu em 1867; em que anno terá 27 annos?

**335.** — Dois operarios ganharam, um 85$000, o outro 129$000; quanto se tem que lhes pagar?

**336.** — Num combate consumiram-se 8945 cartuchos e sobraram 12450; quantos havia antes da peleja?

**337.** — Qual é o comprimento de uma peça de panno, si depois da venda de 42 metros restaram 27?

**338.** — Por quanto se deve vender uma mercadoria que custou 164$000 para ganhar 24$000?

**339.** — Existem num pomar 395 marmellos, 247 cerejas e 197 peras; quantas fructas ao todo existem no pomar?

**340.** — Pagaram-se 375$000 por 220 litros de vinho de uma qualidade, 252$000 por 175 litros de uma outra qualidade



e 298$000 por 230 litros de uma terceira qualidade. Quantos litros de vinho se compraram ao todo e quanto se pagou?

**341.** — A Torre dos "Asinelli" em Bolonha tem 107 metros de altura, a de Garisenda 47 ms. e a de Pisa 57 ms; quantos metros ao todo medem as tres torres?

**342.** — Quanto se deve pagar a 5 operarios, se o 1.º ganha 175$000, o 2.º 209$000, o 3.º 148$000, o 4.º 97$000 e o 5.º 241$000?

**343.** — A rua Garibaldi em Turim tem 962 metros de comprimento, a do Pó 661 ms. e a Praça Castello que as reune 225 ms.; qual é o comprimento total?

**344.** — No sitio de Turim em 1706 rebentaram-se 6000 bombas, dispararam-se 475000 tiros de canhão e 7000 tiros de granada; quantos tiros ao todo?

**345.** — Em 1859 foram registrados 8952 passageiros no caminho de ferro de Sphiga, 9099 no S. Bernardino, 26149 no S. Gottardo, e 32772 no Sempione. Quantos passageiros ao todo?

**346** — A população do reino da Italia em 1867 era assim distribuida: nas Provincias antigas 4.080.009 habitantes, na Lombardia 3.039.085, na Emilia 2.117.732, na provincia Napolitana 7.146.864, na Sicilia 2.302.168, na provincia de Marea 902.079 na Umbria 491.745, na Toscana 1.815.243, na Venecia 2.493.475; qual o total de habitantes?

**347.** — Otto economisou no primeiro anno do seu commercio 538$400, no segundo 1:045$600, no terceiro 365$800? qual foi a economia total nos tres annos?

**348.** — A educação de Mario custou a seus paes: no 1.º anno 500$000, no 2.º 570$000; no 3.º 564$000; no 4.º 410$000; no 5.º 398$600; no 6.º 434$500; no 7.º 308$400; no 9.º 319$500; e no 10.º 381$800. Qual foi a despeza total.

**349.** — Alberto fez em 15 dias de trabalho 60 metros de muro por 240$000; em 16 dias 55 ms. por 165$000 e, em 14 dias 84 ms. por 210$000. Quantos dias trabalhou, quantos metros de muro construiu e quantos mil reis recebeu?

**350.** — Certa dona de casa comprou no mercado 0$350 de arroz, $850 de manteiga, $950 de carne, $850 de legume e $600 de fructa. Qual foi sua despeza?

**351.** — De quatro numeros o 1.º é 2456, o 2.º o supera de 527, o 3.º de 139 e o quarto é egual a somma do 2.º e do 3.º. Quaes são os numeros e qual é a sua somma total.

**352.** — Seis pessôas dividiram uma somma entre si do seguinte modo: á 1.ª coube 2:458$000, á 2.ª tanto quanto coube á 1.ª e á 4.ª, á 3.ª tanto quanto á 2.ª e á 6.ª e á 4.ª ficou com

1:500$000; á 5.ª coube tanto quanto á 3.ª e á 4.ª e a 6.ª ficou com 800$000. Pede-se a somma repartida e a parte de cada pessôa?

**353.** — O maior de dois numeros é 17; tirando 23 do maior, o que fica é superior de 8 unidades ao menor; qual é o numero menor?

## § 2.º — Subtracção

*45.* — A ***subtracção*** é a operação pela qual dados dois numeros da mesma especie, tira-se o **menor** do **maior**.

O numero maior chama-se *minuendo* o menor *subtrahendo*, e o resultado da subtracção *resto* ou *differença*.

A subtracção indica-se com signal —, que se lê *menos* e se põe entre o minuendo e o subtrahendo. Por exemplo 8 — 3 significa que de 8 se deve tirar 3, e se lê 8 *menos* 3.

*46.* — A subtracção póde apresentar quatro casos principaes:

1.º Quando cada um dos algarismos do minuendo é maior do que o algarismo correspondente do **subtrahendo.**

2.º Quando alguns algarismos do minuendo são menores do que os correspondentes do **subtrahendo.**

3.º Quando o minuendo termina com varios zeros e ao ultimo zero á direita corresponde um algarismo significativo no **subtrahendo.**

4.º Quando os numeros propostos contem decimaes.

*1.º Caso. Subtracção na qual cada algarismo do minuendo é menor do que o algarismo correspondente e do subtrahendo.*

Subtrahir, pois, 3257 de 5389.

Dispõe-se o minuendo e o subtrahendo de modo que as unidades duma mesma ordem estejam umas em baixo das outras, e se traça debaixo uma linha horizontal. Começando-se então pela direita diz-se: si de 9 unidades tiram-se 7 unidades têm-se como resto 2 unidades (ou mais abreviadamente 9 menos 7 são 2) e escreve-se 2 debaixo da columna das unidades; depois se passa a columna das dezenas dizendo-se: 8 dezenas menos 5 dezenas são 3, que se escreve debaixo das columnas das dezenas.

|   |   |
|---|---|
|   | 5389 |
| — | 3257 |
|   | 2132 |



Analogamente se opera com as centenas e com os milhares e teem-se como resto 2 milhares 1 centena, 3 dezenas e 2 unidades seja 2132 unidades.

*2.º Caso. Subtracção na qual o minuendo tem algarismos que são menores do que os algarismos correspondentes no subtrahendo.*

Seja subtrahir 3257 de 5132.

Dispostos os numeros como no 1.º caso diz-se: subtrahir 7 unidades de 2 unidades não se pode; si, porém, se tomar 1 dezena das 3 existentes no minuendo têm-se tomado 10 unidades que, sommadas com as duas unidades que já se teem fazem 12 unidades: ora 12 unidades menos 7 unidades são 5 unidades, que se escrevem debaixo da columna das unidades. Em seguida passa-se á columna das dezenas e, notando-se que as 3 dezenas não valem agora sinão 2, porque foram diminuidas de 1, diz-se: de 2 não se podem subtrahir 5 dezenas; toma-se, pois 1 centena das centenas, a qual vale 10 dezenas que sommadas com 2 que já se teem, fazem 12 dezenas: ora 12 menos 5 dezenas são 7 dezenas, que se escrevem debaixo da columna das dezenas. Passando-se, então, á columna das centenas e notando o *1* agora vale *0* diz-se: de 0 centenas não se podem subtrahir 2 centenas, toma-se, então 1 milhar dos 5 do minuendo, ou sejam 10 centenas; ora 10 centenas menos 2 centenas são 8 centenas, que se escrevem debaixo das columnas das centenas. Finalmente se passa a columna dos milhares, que não são agora sinão 4 e diz-se: 4 milhares menos 3 são 1 milhar, que se escreve debaixo da columna dos milhares.

|   |   |
|---|---|
| *Minuendo* | 5132 |
| *Subtrahendo* — | 3257 |
|   | 1875 |

O resto da subtracção proposta é, pois, 1875 unidades.

*3.º Caso. — Quando o minuendo termina com varios zeros e ao ultimo zero á direita corresponde um algarismo significativo no subtrahendo.*

Quando o minuendo termina com varios zeros o ultimo a direita conta-se como 10, os outros como 9, e o ultimo algarismo significativo diminue-se de 1.

Seja subtrahir 4246 de 7000.

E' evidende que, si de 7 tiro 1, este, sendo 1 milhar, vale 10 centenas; destas centenas põem-se mentalmente 9 sobre o zero das centenas; sobra então, 1 centena, que vale 10 dezenas, das quaes 9 põem-se sobre o zero das dezenas; resta pois, 1 dezena, que vale 10 unidades, as quaes se põem sobre o zero das unidades.

|   |   |
|---|---|
| *Minuendo* | 7000 |
| *Subtrahendo* — | 4246 |
|   | 2754 |

Assim todos os zeros se contam como se fossem 9 e o ultimo como 10.

Com este artificio póde-se effectuar a operação, como no primeiro caso e teem-se como differença 2754 unidades.

*Observação.* — Si no minuendo, depois de um ou mais zeros, houver um algarismo significativo menor do que o algarismo correspondente do subtrahendo, esse vém augmentado de 10, os zeros contam-se como 9, e o algarismo que o precede vém diminuido de 1.

Seja, por exemplo, subtrahir 2486 de 4003.

Considera-se o 3 do minuendo como augmentado de 10, o que dá 13, contam-se os zeros como 9, e o 4 que os precede como 3; opera-se então, como no primeiro caso, o que dá como resto 1517 unidades.

| | |
|---|---|
| *Minuendo* | 4003 |
| *Subtrahendo* — | 2486 |
| | 1517 |

**4.º *Caso*.** — *Subtracção de decimaes.*

A subtracção de numeros decimaes faz-se como a dos numeros inteiros, tendo-se o cuidado de separar á direita do resto tantos algarismos quantos são os algarismos decimaes contidos no termo que os possue em maior numero.

Si, porém, o minuendo não contiver decimaes, ou contiver menor numero de decimaes do que o subtrahendo, convém, antes do mais, suppril-os com outros tantos zeros.

Si o resto não contiver unidades, estas se representam com um zero.

Seja tirar 6,92 de 7,724.

| | |
|---|---|
| *Minuendo* | 7,724 |
| *Subtrahendo* | 6,920 |
| | 0,804 |

Subtrahir 28,354 de 146.

| | |
|---|---|
| *Minuendo* | 146,000 |
| *Subtrahendo* — | 28,354 |
| | 117,646 |

**47. — *Prova da subtracção*** — A prova da subtracção póde-se fazer de dois modos: com a *addição* e com a *subtracção*.

1.º Com a *addição*: sommando o subtrahendo com o resto; a somma deve ser egual ao minuendo.

A somma do subtrahendo com o minuendo sendo egual ao minuendo, conclue-se que a operação está certa.

**Exemplo.**

| | |
|---|---|
| *Minuendo* | 814 |
| *Subtrahendo* — | 367 |
| | 447 |
| Prova | 814 |

2.º Com a subtracção: tirando o resto do minuendo; o resultado deve ser egual ao subtrahendo.



QUESTIONARIO

45. — Que é a subtracção? Como se chama o numero maior?... o menor? Como se chama o resultado da subtracção? 46. — Quantos casos principaes póde apresentar a subtracção? Qual é o primeiro?... o segundo? o terceiro?... o quarto? 47. — De quantas maneiras se póde fazer a prova da subtracção? Como se faz com a addição... com a subtracção?

## Exercicios sobre a subtracção

| | | | |
|---|---|---|---|
| **354** | 9 — 6 | **363** | 3021 — 1010 |
| **355** | 5 — 1 | **364** | 835 — 539 |
| **356** | 11 — 9 | **365** | 79906 — 16134 |
| **357** | 14 — 5 | **366** | 405907 — 55595 |
| **358** | 16 — 9 | **367** | 21530600 — 737898 |
| **359** | 84 — 61 | **368** | 141000000 — 700909 |
| **360** | 99 — 8 | **369** | 10007549 — 9068073 |
| **361** | 356 — 212 | **370** | 90555549 — 9900099 |
| **362** | 7881 — 2820 | **371** | 101010101 — 9737350 |

## Decimaes

| | | | |
|---|---|---|---|
| **72** | 74,35 — 45,29 | **378** | 707907307 — 373799,120 |
| **373** | 95,09 — 45,091 | **379** | 5141279 — 650056,00 |
| **374** | 0,06 — 0,006 | **380** | 51006046,1009 — 99770,0010 |
| **375** | 901 — 0,7015 | **381** | 59700007,0236 — 497797,0098 |
| **376** | 0,0707 — 0,000607 | **382** | 0,0091 — 0,00450008 |
| **377** | 904 — 0,00289709 | **383** | 4500 — 0,00450055 |

## Problemas sobre a subtracção

**384.** — Qual é a differença de altura entre a cupola de São Pedro em Roma, que tem 138 ms. de altura, e a mais alta flecha do Duomo de Milão, que tem 109 ms. de altura?

**385.** — Dante Alighieri em 1300 tinha 35 annos; em que anno nasceu?

**386.** — Quanto tempo durou a construcção da basilica de Superga, começada em 1717 e acabada em 1731?

**387.** — Quantos annos reinou Carlos Alberto, que subiu ao throno em 1831, e abdicou em 1849?

**388.** — Turim teve que sustentar dois memoraveis assedios, um em 1640 e outro em 1706; quantos annos decorreram de cada um destes assedios ao anno de 1868?

**389.** — Jacob tinha 28 annos quando nasceu seu primeiro filho; qual será a idade do filho quando o pae tiver 68 annos?

**390.** — Num trabalho terminado em 23 de Maio empregaram-se 18 dias; em que dia foi começado si houve 2 domingos?

**391.** — Bernardo Tasso, nascido em 1493, tinha 51 annos quando nasceu seu filho Torquato; qual era a idade deste quando morreu seu pae em 1584?

**392.** — As tres maiores pyramides do Egypto são: a de Cheopse com 146 ms. de altura, a de Cefrene com 126 ms. e a de Micerino com 52 ms; qual é a differença de altura entre a 1.ª e as outras duas?

**393.** — Juliano possuia 2:564$250; quanto lhe ficou depois de ter emprestado 852$000 e pago uma divida de 1:350$000?

**394.** — Silvio Pellico, nascido em 1789, foi preso com a idade de 31 annos, e morreu em 1854; dizer o anno de sua prisão e quantos annos viveu.

**395.** — S. Carlos Borromeo nasceu em 1538, e o cardeal Frederico seu sobrinho em 1564; o 1.º morreu em 1584 e o outro em 1631. Quanto viveu cada um e qual dos dois viveu mais tempo?

**396.** — A cathedral de Turim foi edificada em 1498; quantos annos devem decorrer a contar de 1872 para que ella tenha 564 annos?

**397.** — Napoleão I, nascido em 1769 e fallecido em 1821, foi feito official aos 16 annos, coronel aos 24, general aos 25, primeiro consul aos 30 e imperador aos 35. Em que anno se deu cada uma dessas promoções, e quantos annos viveu elle?

**398.** — Eurico pagou 4$000 por uma grammatica, 3$500 por uma geographia, 7$500 por uma historia 5$500 por uma anthologia, 6$000 por uma arithmetica e 3$500 por um diccionario. Quanto lhe resta de 158$800 que possuia?

**399.** — Fidelis tendo recebido 2$000 de seu pae, dá 0$750 a um mendigo e com o resto comprou um livro; qual é o preço do livro?

**400.** — Thereza ganha 29$900 por semana, mas dos seus tres filhos o 1.º gasta com roupas e objectos escolares 3$200, o 2.º 1$300 e o 3.º 0$800. Quanto lhe fica para as outras necessidades?



**401.** — Em 1863 o commercio de exportação do reino de Italia subiu a 172.503:370$920 e o de importação 295:744$200; de quantos contos a importação superou a exportação?

**402.** — João, que possuia 12$250, perde 3$150, recebe de seu pae 4$300, gasta 5$800, e ganha 2$950; quanto possue agora?

**403.** — Um amigo emprestou-me 420$500, um outro 879$250 e paguei uma divida de 14:825$000 e me sobraram 248$000. Quanto tinha eu antes?

## § 3.º — Multiplicação

*48.* — A *multiplicação* é a operação pela qual, dados dois numeros, repete-se um delles tantas vezes quantas são as unidades do outro.

*49.* — O resultado da multiplicação chama-se **producto,** e os dois numeros dados chamam-se **factores** do producto. O primeiro factor denomina-se **multiplicando** e o segundo **multiplicador.**

A multiplicação indica-se com o signal $\times$, que se lê *multiplicado por*. Assim $5 \times 4$ ler-se-á 5 *multiplicado por* 4, e significa que se deve repartir o multiplicando 4 vezes.

*50.* — A multiplicação póde apresentar quatro casos:

1.º Multiplicação de dois numeros de um só algarismo.
2.º Multiplicação de um numero de mais de um algarismo por um outro de um só algarismo.
3.º Multiplicação de dois numeros de mais de um algarismo.
4.º Multiplicação de numeros decimaes.

*1.º Caso. — Multiplicação de dois numeros de um só algarismo.*

Seja multiplicar 5 por 4.

Esta operação consiste em repetir 5 4 vezes; póde-se, pois, obter o producto por meio de uma addição $5 + 5 + 5 + 5 = 20$. O producto de 5 por 4 é pois 20, e póde-se escrever $5 \times 4 = 20$.

Este caso da multiplicação deve-se saber effectuar de memoria, dizendo-se sem hesitação; 5 por 4 20, 5 por 9 45, etc. Para isso é necessario primeiramente que se passe aos outros casos, e saber muito bem de cór a seguinte

## Taboa de multiplicação ou taboa de Pythagoras

**Uso da taboa**

Para se obter o producto de dois factores de um só algarismo, toma-se um desses na 1.ª linha horisontal superior e outro na 1.ª columna vertical á esquerda; seguindo-se esta linha, na casa commum estará o producto procurado.

Linha horisontal (Linha vertical: first column)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

Sejam os factores 5 e 7; o seu producto 35 acha-se na casa commum da linha horisontal começando em 7 e da vertical começando em 5, e vice-versa.

2.° *Caso — Multiplicação de um numero de mais de um algarismo por um outro de um só algarismo.*

Seja multiplicar 765 por 4.

Posto o multiplicador debaixo do multiplicando e traçada a linha horisontal, inicia-se pela direita e diz-se: 4 vezes 5 unidades são 20 unidades, escrevem-se 0 unidades e guardam-se duas dezenas para sommal-as ao producto das dezenas por 4; 4 vezes 6 dezenas dão 24 dezenas, com 2 dezenas reservadas, são 26 dezenas; escrevem-se as 6 dezenas á esquerda do 0 e guardam-se as 2 centenas; 4 vezes 7 centenas, dão 28 centenas, com 2 centenas reservadas, são 30 centenas, que se escrevem por inteiro; o producto é, pois, 3060 unidades.

```
 765
×  4
----
3060
```

Tenha-se ainda de multiplicar 57006 por 5.

Operando-se como precedentemente, dir-se-á: 5 vezes 6 são 30, escreve-se 0 e reservam-se 3 dezenas; 5 vezes 0 são 0, com 3 dezenas reservadas, são 3 dezenas, que se escrevem á esquerda do 0; 5 vezes 0 centenas dão 0, que se escreve tal e qual; 5 vezes 7 milhares são 35 milhares; escrevem-se 5 milhares e guardam-se 3 dezenas de milhar; 5 vezes 5 dezenas de milhar são 25, com 3 reservadas são, 28, que se escrevem por inteiro.

```
 57006
×    5
------
285030
```



3.° *Caso. Multiplicação de dois numeros de mais de um algarismo.*

Seja multiplicar 946 por 853.

Disposta a operação como ao lado, multiplica-se primeiramente todo o multiplicando por 3, operando-se como precedentemente, e obtem-se o 1.° producto parcial 2838. Multiplica-se do mesmo modo todo o multiplicando pelo algarismo 5 das dezenas, do multiplicador tendo o cuidado de collocar o primeiro algarismo do producto debaixo das dezenas, porque este segundo producto parcial 4730 é um numero de dezenas. Multiplica-se a seguir todo o multiplicando pelo algarismo das centenas do multiplicador, pondo o primeiro algarismo do producto debaixo das centenas. Sommam-se, finalmente, os tres productos parciaes, e obteem como producto total 806938 unidades.

```
   946
  ×853
  ----
  2838
 4730
7568
------
806938
```

*15* — ***Observação 1.ª*** Si entre os algarismos do multiplicador houver zeros, póde-se sem operar com elles, passar ao primeiro algarismo significativo que os precede, póndo-se o primeiro algarismo do producto parcial debaixo daquelle com o qual se opera.

E' claro, como se vê pelos exemplos seguintes, que se obtem o mesmo resultado.

Operando com os zeros

```
     27436
    ×36002
    ------
     54872
    00000
   00000
 164616
 82308
---------
987750872
```

Não operando com os zeros

```
     27436
    ×36002
    ------
     54872
 164616
 82308
---------
987750872
```

*52.* — ***Observação 2.ª*** Quando um dos factores ou ambos, terminam com um ou mais zeros, pódem-se supprimil-os (mentalmente) e multiplicar os dois numeros resultantes entre si, accrescentando-se depois ao producto tantos zeros quantos foram os que se supprimiram (*)

(*) Este methodo baseia-se no seguinte principio: se um dos factores dum producto fôr multiplicado ou dividido por um certo

Segundo esta regra ter-se-á:

4800×50=48×5=240 com o accrescimo de 3 zeros, ou 240000
3050×400=305×4=1220 com o accrescimo de 3 zeros, ou 1220000
31000×100=31×1=31 com o accrescimo de 5 zeros, ou 3100000
1000×1000=1×1=com o accrescimo de 6 zeros, ou 1000000

### *4.º Caso — Multiplicação de numeros decimaes.*

A multiplicação de numeros decimaes faz-se como a dos numeros inteiros, sem considerar a virgula, tendo o cuidado, porém, de separar depois, á direita do producto, tantos algarismos quantos são os algarismos decimaes dos dois factores.

*1º. Exemplo* 24,60
×18
19680
2460
*Producto* . . 442,80

*2º. Exemplo* 4,25
×0,34
1700
1275
*Producto* . . 1,4450

No 1.º exemplo separam-se dois algarismos á direita do producto, e com razão, porque não tendo dado attenção á virgula do multiplicando é como si a tivesse tirado; ora, supprimindo a virgula do numero 24,60, este se acha multiplicado por 100. Multiplicou-se, pois, 2460, que é um numero 100 vezes maior do que o numero dado, por conseguinte o producto é tambem 100 vezes maior do que o producto procurado; torna-se necessario portanto, dividir esse producto por 100, o que se faz separando com a virgula 2 algarismos á direita.

No 2.º exemplo separam-se quatro algarismos pela razão seguinte: não se tendo dado attenção á virgula do multiplicando, este tornou-se 100 vezes maior, do que resulta um producto tambem 100 vezes maior; procede-se então como no exemplo precedente.

Mas o multiplicador contem tambem uma virgula, á qual não se deu attenção no fazer a multiplicação, pelo que este factor vém multiplicado por 100, do que resulta um producto tambem multiplicado por 100.

O producto achado é, pois, 100×100 maior, ou 10000 vezes maior. E' necessario, portanto, tornal-o 10000 vezes menor, ou dividil-o por 10000, o que se faz separando com a virgula quatro algarismos á direita.

numero o producto achar-se-á multiplicado ou dividido por esse mesmo numero.



Si o producto não contiver algarismos significativos em numero sufficiente para se separarem á sua direita tantos algarismos quantos são os decimaes dos dois factores, é preciso accrescentar á esquerda do producto tantos zeros quantos são os necessarios para completar o numero dos algarismos a separar, e um á esquerda da virgula para occupar o logar das unidades.

Os exemplos seguintes esclarecem a explicação precedente.

*1.º Exemplo* 0,0032
×0,08
*Producto* . . 0,000256

*2.º Exemplo* 0,354
×0,0072
708
2478
*Producto* . . 0,0025488

53. — A solução de um problema requer a multiplicação:

1.º Quando se trata de achar um numero 2, 3, 4 . . . . vezes maior do que um outro.

*Exemplo*. Procura-se um numero 7 vezes maior do que 15. (*Solução:* 15 × 7 = 105. Resposta.)

2.º Quando, dado o valor da unidade, procura-se o valor de muitas unidades, ou de certa parte da unidade.

*Exemplo* uma cadeira custa 4$000, quanto custarão uma duzia. (*Solução*: 4 × 12 = 48$000. Resposta.)

*Outro exemplo*. Um metro de panno custa 6$000, quanto custarão 0,m 55. (*Solução* : 6 × 0,55 = 3, 30 = 3$300. Resposta).

3.º Quando se quer reduzir unidades de ordem superior a unidades de ordem inferior.

*Exemplo*. Quantas dezenas estão contidas em 25 centenas? (*Solução* : 25 × 10 = 250 dezenas. Resposta.)

*Outro exemplo*. O dia divide-se em 24 horas; quantas horas estão contidas em 7 dias. (*Solução* : 24 × 7 = 168 horas. Resposta.)

### *54.—Prova da multiplicação*

O modo mais simples de fazer a prova da multiplicação é fazer uma outra multiplicação, mas invertendo os factores; si o producto desta nova multiplicação é egual ao primeiro, a operação geralmente está exacta.

| Operação | Prova |
|---|---|
| 235 | 726 |
| 726 | × 235 |
| 1410 | 3630 |
| 470 | 2178 |
| 1645 | 1452 |
| 170610 | 170610 |

## QUESTIONARIO

48. — Que é a multiplicação ? 49. — Como se chama o resultado da multiplicação ?... os dois numeros dados ?... O primeiro ? . . . O segundo ? . . . 50. — Quantos casos póde apresentar a multiplicação ? Qual é o 1º. ? Como se effectua a multiplicação no 1.º caso ? Que é necessario saber primeiramente de memoria para se passar aos outros casos ? 51. — De que modo se póde abreviar a multiplicação quando ha zeros entre os algarismos do multiplicador ? 52. — E quando um ou ambos factores terminam com zeros? — Como se faz a multiplicação dos numeros decimaes ? 53. — Como se reconhece que a solução dum problema requer a multiplicação ? 54. — Come se faz a prova da multiplicação ?

## Exercicios sobre a multiplicação

| | | | |
|---|---|---|---|
| **404** | 7 × 4 | **413** | 192740 × 32730 |
| **405** | 9 × 9 | **414** | 68940 × 4090 |
| **406** | 7 × 7 | **415** | 900007 × 700608 |
| **407** | 231 × 3 | **416** | 960076 × 540086 |
| **408** | 112 × 4 | **417** | 7006924 × 540086 |
| **409** | 1001 × 8 | **418** | 384 × 10; 100; 1000 |
| **410** | 79 × 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 9 | **419** | 248 × » » |
| **411** | 324 × idem . . . . . | **420** | 7894 × » » |
| **412** | 7654208 × 20963 | **421** | 7800 × 440 |

## Decimaes

| | | | |
|---|---|---|---|
| **422** | 9,14 × 6 | **432** | 08, × 0,8 |
| **423** | 6,35 × 98 | **433** | 0,04 × 0,95 |
| **424** | 74,75 × 997 | **434** | 0,482 × 0,36 |
| **425** | 912 × 6,87 | **435** | 0,364 × 0,25 |
| **426** | 39 × 6,407 | **436** | 0,004 × 0,005 |
| **427** | 371,06 × 28,9005 | **437** | 0,0005 × 0,073 |
| **428** | 9617,07 × 49,008 | **438** | 0,00065 × 0,048 |
| **429** | 426,09 × 4281,45 | **439** | 0,084 × 0,436 |
| **430** | 900,001 × 4264,417 | **440** | 0,0040 × 0,0705 |
| **431** | 39,47 × 48,06442 | **441** | 0,140 × 0,9601 |

## Problemas sobre a Multiplicação

**442.** — Quanto se paga por 145 relogios de 65$000 cada um ?

**443.** — O pavimento de uma estação contem 175 filas com 178 ladrilhos cada uma ; qual é o total de ladrilhos ?



**444.** — 24 horas quantos minutos contêm ?

**445.** — Numa aula de 75 alumnos cada um deve escrever 18 linhas. Qual é o total de linhas a serem escriptas ?

**446.** — Quanto custam 275 metros de damasco a 29$000 o metro ?

**447.** — Um comboio compõe-se de 27 carros pesando 2500 kg. cada um ; quanto pesa o comboio inteiro ?

**448.** — Quantos figos conteem 18 cestos com 125 duzias cada um ?

**449.** — Si o homem respira 22 vezes por minuto ; quantas vezes respirará em 28 horas ?

**450.** — Bertrando fez 2 vezes por dia durante 3 annos o trajecto da sua aldeia á cidade ; a distancia sendo de 5800 ms. quantos metros percorreu ?

**451.** — Tendo comprado 10 duzias de chapeus a 8$250 cada um, dei por conta 40 metros de panno a 15$000 o metro ; quanto devo ainda ?

**452.** — A quanto monta uma factura que contem : 12 ms. de seda a 3$750 o metro, 75 ms. de panno a 2$450 o metro e 79 ms. de velludo a 12$350 o metro ?

**453.** — Um medico faz 15 visitas gratuitas a uma enferma pobre ; si cada visita fosse paga a razão de 5$000 cada uma, quanto a enferma deveria pagar sem a caridade do medico ?

**454.** — Humberto distribuiu seu dinheiro a 25 mendigos dando 0$200 a cada um ; seu pae contente com procedimento tão nobre deu-lhe 10$000 ; quanto lucrou Humberto com sua caridade ?

**455.** — Julio derrubou involuntariamente uma meza, quebrando 8 copos de 0$750 cada um ; 4 saladeiras de 1$400 ; uma azeiteira de 5$000 e 2 duzias de pratos fundos de 0$400 cada um. A quanto monta o prejuizo ?

**456.** — Um empresario emprega 128 operarios a 3$250 por dia, 53 operarios a 2$000 e 45 a 1$500 ; quanto dispende por semana ?

**457.** — Quanto recebe um negociante de vinho que vende 45 litros a 2$250, o litro, 75 litros a 1$750, 149 litros a $900 e 345 litros a 0$650 ?

**458.** — Silviano comprou 16 pratos para sôpa a 0$200 cada um, 24 pratos communs a 0$320, 64 cópos a 0$200 ; 36 garrafas a 0$170. Quanto ganhará si vender os pratos para sôpa a 0$250, os pratos communs a 0$400, os cópos a 0$300 e as garrafas a 0$200 cada uma ?

**459.** — Quanto ganha um negociante que, tendo comprado 18 cavallos a 250$000 cada um, 28 a 340$000, 15 a

205$000 e 22 a 175$000 vende depois: 24 a 340$000, 21 a 350$000, 18 a 207$000 e o restante a 195$000?

**460.** — Repartiu-se uma somma entre 45 pessôas; de 12 pessôas cada uma teve 824$000, de 15 cada uma recebeu 752$000 e das restantes cada uma recebeu 548$650. Qual era a somma?

**461.** — Quatorze pipas contem cada uma 228 litros de vinho e custou 123$400 cada uma; quanto se ganhará vendendo o vinho a 0$650 o litro?

**462.** — Pergunta-se a quanto monta o salario de uma equipagem, sabendo que o capitão ganha 18:740$000, cada tenente, em numero de 11, ganha 9:643$750, cada segundo tenente, em numero de 15, ganha 5:469$150 e cada marinheiro, em numero de 240, 943$750 cada um.

**463.** — Honorato, que tem 2:041$750 de rendimento por anno, gasta 4$250 por dia; quanto economisará em 3 annos?

**464.** — Eduardo comprou 217 duzias de lenços a 19$150 a duzia; quanto ganhará vendendo-os a 2$050 cada um?

**465.** — Duas torneiras, que lançam, uns 12 litros dagua por minuto, outra 16 litros, enchem uma vasilha em 3 horas e 15 minutos; quantos litros contem a vasilha?

## § 4.º — Divisão

**55.** — A ***divisão*** é uma operação pela qual procura-se quantas vezes um numero, chamado *dividendo* contem um outro numero dito *divisor*. O resultado da divisão chama-se *quociente*.

Dividir, por exemplo, 28 por 7 é procurar quantas vezes o numero 28 contém o numero 7. Ora, se de 28 objectos se tiram 7 de cada vez, depois de ter feito 4 vezes tal subtracção, todos os objectos serão tirados.

Logo o numero 28 contém 4 vezes o numero 7, ou, o quociente de 28 por 7 é 4.

Para indicar a divisão, escreve-se o divisor depois do dividendo separando-o com dois pontos (28 : 7); ou ainda é uso pôr o divisor debaixo do dividendo separando-os por um traço horisontal, assim $\frac{28}{7}$.

O quociente de 28 por 4 sendo 7, póde-se escrever 28 : 7 = 4, ou ainda $\frac{28}{7} = 4$, que se lê 28 dividido por 7 é egual a 4.



Desde que 28 contém 7 4 vezes, si se tomarem 4 vezes o numero 7, isto é, multiplicando 7 por 4, obter-se á 28. Logo o *dividendo e o producto do divisor pelo quociente*, e póde-se pois, dizer:

A *divisão* é uma operação pela qual, dado um producto e um de seus factores, determina-se o outro factor.

O producto dado é o dividendo, o factor dado é o divisor e o factor que se determina é o quociente.

Por ser o dividendo egual ao producto do quociente pelo divisor, deduz-se ainda que o dividendo é a somma de tantas parcellas eguaes ao quociente quantas são as unidades do divisor; assim $4 \times 7 = 28$, ou $4+4+4+4+4+4+4 = 28$, e tem-se ainda esta outra definição:

A *divisão* é uma operação pela qual, um numero chamado dividendo se o decompõe em tantas partes eguaes quantas unidades contém um outro numero chamado divisor. O valor de uma das partes chama-se quociente.

*56.* — A divisão póde apresentar quatro casos:

1.º Divisão de um numero de um ou de dois algarismos por um numero de um só algarismo.

2.º Divisão de um numero de mais de dois algarismos por um numero de um só algarismo.

3.º Divisão de dois numeros de varios algarismos.

4.º Divisão de numeros decimaes.

### *1.º Caso — Divisão de um numero de um ou de dois algarismos por um numero de um só algarismo.*

Neste caso a divisão se effectua de memoria por meio da taboa de multiplicação, que deve ser muito bem sabida. Seja dividir 28 por 7; sabendo-se da taboa que 4 vezes 7 fazem 28, dir se-á immediatamente: 7 está contido 4 vezes em 28. Analogamente, si se quizer dividir 72 por 9, dir-se-á, sabendo que 8 vezes são 72: 9 está contido 8 vezes em 72.

Seja agora dividir 75 por 9, 9 está contido mais de 8 vezes em 75, pois que 8 vezes 9 são 72; mas 9 não está tambem contido 9 vezes em 75 porque 9 vezes 9 são 81. Neste caso diz-se que o quociente é 8; é, porém, um quociente **incompleto**, porque multiplicando-o pelo divisor obtem-se 72, que é inferior ao dividendo 75.

A differença entre o dividendo e o producto do divisor pelo quociente incompleto chama-se **resto** da divisão. Na divisão de 75 por 90 resto é 3 (75—72=3).

*Quando a divisão deixa um resto, o dividendo é egual ao producto do divisor pelo quociente incompleto, mais o resto:*

$$75 = 9 \times 8 + 3$$

***2.º Caso** — Divisão de um numero de mais de dois algarismos por um numero de um só algarismo.*

Seja dividir 5124 por 6.

Escripto o divisor á direita do dividendo e deste separado por um traço vertical, tira-se uma linha horisontal por baixo do divisor para separal-o do quociente, que se escreve sob esta linha.

Tomam-se á esquerda do dividendo tantos algarismos quantos são necessarios para formar um numero que contenha o divisor. Como o algarismo 5 não contem o divisor 6, tomam-se dois algarismos e tem-se o numero 51 (*centenas*), que é o 1.º *dividendo parcial*. Divide-se 51 por 6, o que dá 8 (*centenas, porque dividem-se centenas*). Multiplica-se 6 por 8 e subtrahe-se o producto 48 do dividendo parcial 51, o que dá 3 como resto. A' direita deste resto abaixa-se o algarismo 2 do dividendo e resulta 32 (*dezenas*) como 2º dividendo parcial. Divide-se 32 por 8 e obtem-se 5 (*dezenas*). Multiplica-se 6 por 5 e subtrahe-se o producto 30 do dividendo parcial 2 e tem-se 32 como resto. A' direita deste resto abaixo o algarismo 4 do dividendo, o que forma o 3.º dividendo parcial 24 (*unidades*). Operando sobre 24 como sobre os outros dividendos parciaes, obtem-se 4 unidades e 0 como resto final. Assim a divisão de 5124 por 6 deu um quociente cempleto, que é 854.

```
5124|6
48  |854
032 |
 30
 024
  24
  00
```

***57. — Observação.*** Póde acontecer que, depois de ter abaixado um algarismo, o dividendo parcial que resulta não contenha o divisor; em tal caso põe-se um zero no quociente, abaixando-se depois o algarismo seguinte.

***3.º Caso** — Divisão de numeros de varios algarismos.*

Para maior clareza dividiremos este caso em dois: no 1.º caso o quociente tem um só algarismo; no 2º tem mais de um algarismo.

***1.º Exemplo*** — Seja dividir 1570 por 269.

O dividendo contem o divisor menos de 10 vezes; assim 10 vezes 269 são 2690, que é maior do que o dividendo. Sendo o quociente menor do que 10, elle terá um só algarismo, e, para achar este algarismo raciocina-se assim: As 2 centenas do divisor estão contidas nas 15 centenas do dividendo



7 vezes mais o resto 1, o qual sommado a 7 dezenas fazem 17 dezenas; mas as 6 dezenas do divisor não estando contidas 7 vezes no dividendo 17, o algarismo 7 é grande demais. Experimenta-se o algarismo 6, e assim se recomeça:

As duas centenas do divisor estão contidas no dividendo 15 6 vezes mais o resto 3, o que dá 37 dezenas; as 6 dezenas estão contidas ainda 6 vezes em 37 mais o resto 1, o que faz 10 unidades; mas as 9 unidades do divisor não estão contidas 6 vezes nas 10 do dividendo e o algarismo 6 é, pois, grande de mais. Experimenta-se o algarismo 5 do mesmo modo que se experimentou os algarismos 7 e 6, e acha-se que as centenas, as dezenas e unidades do divisor estão contidas 5 vezes respectivamente nas centenas, dezenas e unidades do dividendo. Logo o algarismo do quociente é 5. Escreve-se este algarismo, multiplica-se-o pelo divisor, subtrahe-se o producto do dividendo, e obtem-se 225 unidades como resto da divisão.

```
1570|269
1345| 5
0225
```

***2.º Exemplo*** — Seja agora a divisão de 157096 por 269.

Tres algarismos do dividendo não sendo sufficientes para conterem o divisor tomam-se 4 algarismos, que vão formar o 1.º dividendo parcial 1570. Este dividendo dá 5 como quociente mais o resto 225, como no 1.º *exemplo*. Abaixado o algarismo 9, tem-se 2259 como 2.º dividendo parcial. Raciocinando sobre este dividendo como se fez no exemplo precedente, acha-se que o algarismo 9 é grande demais, e que 8 é o verdadeiro algarismo do quociente. Escreve-se este algarismo, multiplica-se-o pelo divisor, subtrahe-se o producto do dividendo parcial, abaixa-se o algarismo 6, e tem-se o 3.º dividendo parcial 1076. Opera-se com este dividendo como com os precedentes, e resulta 584 unidades como quociente *completo*.

```
157096|548
1345  |269
 2259
 2152
  1706
  1706
  0000
```

***58. — Observação.*** Cada producto do divisor por cada algarismo do quociente deve poder-se subtrahir do dividendo parcial que deu origem a este algarismo: si tal não se puder é que o algarismo do quociente é grande demais.

Cada resto deve ser menor do que o divisor; si, pois, se chegar a um resto maior ou egual ao divisor, o ultimo algarismo do quociente é pequeno demais.

***59. — Diversos modos de abreviar a divisão.*** A differença de dois numeros não se modifica si a ambos os numeros se sommar um mesmo numero. Por exemplo, a differença dos numeros 12 e 7, que é 5 (12 — 7 = 5), não se modificará si aos numeros 12 e 7 se sommar o numero 4, o que dá 16 e 11 respectivamente; com effeito, tem-se ainda 16 — 11 = 5. Mediante este principio, póde-se abreviar a divisão operando como segue:

Os productos do divisor por cada algarismo do quociente não se escreve, mas subtrahem-se dos dividendos parciaes á medida que se formam, e escreve-se immediatamente os restos. Para dar um exemplo retome-se a divisão de 157096 por 269

| | |
|---|---|
| 157096 | 259 |
| 2259 | 584 |
| 1076 | |
| 000 | |

Depois de ter achado que o 1.º dividendo parcial 1570 dá 5 como quociente, diz-se: 5 por 9 45, que subtrahido de 50 da o resto 5 e guarda-se 5 (este 50 provém de se ter augmentado o minuendo 1570 de 5 *dezenas*). Continua-se: 5 por 6 30, com 5 que se reservou dá 35 (augmenta-se o subtrahendo de 5 *dezenas* para compensar o augmento do minuendo), 35 de 37 dá resto 2 e reserva-se 3; 5 por 2 10 com 3 13, subtrahindo de 15 dá resto 2. O resto é 225. Abaixa-se o 9, e acha-se o 2.º algarismo do quociente é 8, diz-se: 8 por 9 72, subtrahido de 79 dá resto 7 e guarda-se 7; 8 por 6 48, com 7 55, subtrahindo de 55 dá resto 0 e reserva-se 5; 8 por 2 16, com 5 21, subtrahido de 22 da resto 1. Tem-se assim 107 como resto. Operando com o 3.º dividendo parcial diz-se analogamente; 4 por 9 36, subtrahido de 36, dá resto 0 e guarda-se 3; 4 por 6 24, com 3 27, subtrahido de 27 dá resto 0 e reserva-se 2; 4 por 2 8, com 2 10, subtrahido de 10 dá resto 0.

Além deste modo geral de abreviar a divisão, ha alguns outros, que se pódem praticar em certos casos: (*)

(*) Para melhor entender estes methodos, e especialmente o 3.º caso, é conveniente conhecer os principios seguintes:
1.º O divisor permanecendo o mesmo, o quociente será tanto maior quanto o fôr o dividendo.
2.º O dividendo permanecendo o mesmo, tanto menor será o quociente quanto maior fôr o divisor.
3.º Dahi se segue que: Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo numero, o quociente não mudará de valor.
O mesmo dar-se-ia dividindo-se o dividendo e o divisor por um mesmo numero.



1.º *Quando o divisor tem sómente um algarismo.*

Si o divisor tem sómente um algarismo, não se escrevem nem os productos, nem os restos, mas o quociente unicamente.

Seja dividir 45381 por 7; diz-se: 7 está contido em 45 6 vezes mais o resto 3; abaixa-se mentalmente o 3 do dividendo e tem-se o dividendo parcial 33; 7 está contido 4 vezes em 33 mais o resto 5; analogamente 7 está contido 8 vezes em 58 mais o resto 2; 7 está contido 3 vezes em 21 e dá o resto 0.

| | |
|---|---|
| *Dividendo* | 45381 |
| *Quociente* | 6483 |

2.º *Quando o divisor termina com um ou mais zeros.*

Si o divisor terminar com um ou mais zeros, estes se pódem supprimir, e a divisão effectuar-se-á com o numero formado pelos algarismos significativos, tendo-se o cuidado de separar com a virgula tantos algarismos á direita do quociente quantos foram os zeros que se supprimiram no divisor.

Si se quer, por exemplo, dividir 534 por 300, divide-se 534 por 3, o que dá 178; separam-se depois dois algarismos á direita do quociente e obtem 1,78, que é o verdadeiro quociente de 534 por 300.

Com effeito, com a suppressão dos dois zeros do divisor este tornou 100 vezes menor, do que resulta um quociente 178 100 vezes maior; é preciso, portanto, tornal-o 100 vezes menor, o que se faz separando com a virgula dois algarismos á direita.

3.º *Quando o dividendo e o divisor terminam ambos com um ou mais zeros.*

Si o dividendo e o divisor terminarem ambos com um ou mais zeros, póde-se supprimir num e n'outro o mesmo numero de zeros, e effectuar a divisão dos dois numeros resultantes.

Assim para dividir 108000 por 3600, supprimem-se dois zeros em ambos os numeros, e tem-se então que dividir 1080 por 36, o que dá 30, que é o verdadeiro quociente de 108000 por 3600.

Com effeito, com a suppressão dos dois zeros á direita do dividendo e do divisor respectivamente, estes dois numeros foram divididos por um mesmo numero 100; logo o quociente que resultou é egual ao quociente que se obteria sem supprimir os zeros.

*3.º Caso. — Divisão de numeros decimaes.*

Quando um dos numeros, ou ambos, são decimaes, é necessario tornar egual, no dividendo e no divisor, o numero

dos algarismos decimaes, accrescentando zeros ao termo que contivesse menor numero ou não contivesse nenhum zero e, depois, effectua-se a divisão como si os numeros fossem inteiros.

Seja dividir 160,5 por 3,75.

Accrescenta-se um zero ao dividendo, para que elle tenha, como o divisor dois algarismos decimaes; depois, sem dar attenção á virgula, effectua-se a divisão, do que resulta 42 como quociente.

```
16050 | 375
 1050 |----
  300 | 42
```

Com effeito, os dois termos da divisão tendo egual numero de decimaes, elles ficaram multiplicada por um mesmo numero com a suppressão da virgula, e o seu quociente não se altera com este artificio.

***60.*** — ***Observações.*** 1.ª Si o divisor fôr um numero inteiro, não é necessario tornar egual o numero dos algarismos decimaes; póde-se fazer a divisão sem nenhum artificio, pondo-se a virgula no quociente quando se abaixar o primeiro algarismo decimal.

2.ª Si o divisor tem menor numero de algarismos decimaes do que o dividendo, deve-se supprimir a virgula do divisor, transportar a virgula do dividendo de tantas ordens para a direita quantos são os algarismos decimaes do divisor e depois effectuar a divisão como no caso em que o divisor é inteiro.

***61.*** — ***Quociente approximado.*** Quando a divisão deixa um resto, o quociente obtido não é completo, e por isto não é o verdadeiro quociente; mas é tanto mais proximo do verdadeiro quanto mais baixa fôr a ordem do seu algarismo. Si o ultimo algarismo do quociente representa unidades simples, o quociente é approximado *a menos de uma unidade*, o que vale dizer que lhe falta o numero menor do que a unidade para ser completo. Si o ultimo algarismo representa decimos, ou centesimos, etc., o quociente é approximado *a menos de um decimo*, ou *a menos de um centesimo, etc.*



O quociente incompleto póde-se obter tão proximo do verdadeiro quanto se queira. Para isso, depois de ter determinado o quociente com todos os algarismos que póde dar o dividendo, põe-se um zero á direita do resto e continua-se a operação; accrescenta-se ainda um zero ao novo resto e prosegue-se a divisão, e assim por diante.

Deseje-se, por exemplo, obter *a menos de 0,01* o quociente de 753 por 42. Numa primeira operação obtem-se 17 como quociente e 39 unidades como resto.

Ora 39 unidades são 390 decimos, que divididos por 42 dão 9 decimos, mais o resto 12 decimos. Estes 12 decimos valem 120 centesimos que, divididos por 42 dão 2 centesimos com o resto 36 centesimos. O quociente 17,92 está approximado *a menos de um centesimo*.

```
753 | 42
333 |17,92
390
 120
  36
```

***62.*** — *Divisão de um numero por um outro maior.* Si o divisor fôr maior do que o dividendo, o quociente não poderá conter unidades; obter-se-á um quociente approximado operando do modo seguinte:

Seja dividir 4,125 por 62,78. De accordo com a regra dada para os numeros decimaes supprime-se a virgula do divisor e transporta-se a do dividendo de duas ordens para a direita. As 412 unidades do dividendo não contem o divisor: escreve-se **zero** seguido da virgula no quociente. O dividendo vale 4125 decimos; mas este numero não contém ainda o divisor, escreve-se **zero** na ordem dos decimos. Accrescenta-se um **zero** ao dividendo que se torna então 41250 centesimos, e dá 6 centesimos como quociente. Continua-se a operação accrescentando um **zero** a cada resto.

```
41250 | 6278
35820 |------
44300 | 0,0657
  354
```

***63.*** — *A solução de um problema exige a divisão:*

1.º Quando, dado o producto de dois factores e um delles procura-se o outro factor.

***Exemplo.*** Qual é o numero que, multiplicado por 9 dá 135. (*Solução:* 135 : 9 = 15 Resposta).

2.º Quando se quer obter um numero 2, 3, 4 vezes menor do que um outro.

***Exemplo.*** Procura-se um numero 7 vezes menor do que 105. (*Solução:* 105 : 7 = 15 Resposta).

3.º Quando, conhecido valor de um certo numero de unidades e o numero de unidades, procura-se o valor de uma

***Exemplo.*** 36 metros de certo trabalho custam 324$000; quanto custa cada metro? (*Solução:* 324 : 36 = 9$000. Resposta).

4.° Quando, conhecido o valor de um certo numero de unidades e o preço de uma, quer-se determinar o numero de unidades.

***Exemplo.*** Com 120$000 quantos metros se compram de um panno que custa 12$000 o metro? (*Solução:* 120 : 12 = 10 metros. Resposta).

5.° Quando se quer reduzir unidades de ordem mais baixas a unidades de ordem superior.

***1.° Exemplo.*** 350 dezenas quantas centenas contem? (*Solução:* 350 : 10 = 35 Resposta).

***2.° Exemplo.*** Dizer quantos dias estão contidos em 240 horas. (*Solução:* 240 : 24 = 10 dias Resposta).

***64. — Prova da divisão.*** A prova da divisão se faz com a multiplicação, isto é, multiplicando o divisor pelo quociente, e sommando o resto ao producto: o resultado deve ser egual ao dividendo.

QUESTIONARIO

55. — Que é a divisão? 56. — Quantos casos a divisão póde apresentar? Qual é o primeiro?... o segundo? 57. — Quando depois de já se ter abaixado um algarismo ao lado do resto e o dividendo não contiver o divisor, que se deve fazer? 58. — Como se reconhece que um algarismo que forma o quociente é grande demais? — Como se reconhece que é pequeno demais? — 59. — Diga um modo de abreviar a divisão, o qual convenha a todos os casos. — Como se póde operar quando o divisor é de um só algarismo? — E quando o divisor termina em zeros? — E quando o dividendo e o divisor terminam ambos com zeros? — Como se faz a divisão quando um dos dois termos ou ambos são decimaes? 60. — Si o divisor fôr um numero inteiro, como se póde operar? — E si elle contiver menor numero de algarismos decimaes do que o dividendo? 61. — Quando a divisão deixa um resto, como se procede para determinar um quociente mais approximado do verdadeiro? 62. — De que modo se faz a divisão de um numero por um outro maior? 63. — Como se reconhece que a solução de um problema requer uma divisão? 64. — Como se faz a prova da divisão?



## Exercicios sobre a divisão

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **466** | 434 : 7 | **476** | 432078 : 69 | |
| **467** | 644 : 2,4 | **477** | 666351 : 441 | |
| **468** | 40320 : 2,3,4,5,6,7,8,9 | **478** | 124614 : 126 | a menos de |
| **469** | 15125 : 2,3,5,7,8,9, | **479** | 8675404 : 718 | 0,01 |
| **470** | 240 : 12 | **480** | 7890645 : 367 | 0,01 |
| **471** | 3200 : 16 | **481** | 4268901 : 1467 | 0,001 |
| **472** | 3624 : 24 | **482** | 2480930 : 7614 | 0,01 |
| **473** | 840 : 30 | **483** | 468904008 : 7064 | 0,0001 |
| **474** | 41111 : 49 | **484** | 86742807 : 8906 | 0,01 |
| **475** | 67968 : 96 | **485** | 987654321 : 49066 | 0,01 |

## Modo de abreviar a divisão

| | | | |
|---|---|---|---|
| **486** | 4800 : 600 | **489** | 476000 : 410 |
| **487** | 460 : 230 | **490** | 760000 : 6400 |
| **488** | 68600 : 30 | **491** | 8604540 : 50000 |

## Decimaes

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **492** | 845,236 : 24 | **504** | 0,042 : 0,07 | |
| **493** | 9124,204 : 324 | **505** | 59,2687 : 91,42 | |
| **494** | 835,675 : 37 | **506** | 10,72681 : 6,52 | a menos de |
| **495** | 16,42 : 536 | **507** | 79,12861 : 10,431 | 0,001 |
| **496** | 10012 : 0,0048 | **508** | 79,4 : 9,04 | 0.0001 |
| **497** | 1918 : 8,23 | **509** | 70,8 : 10.08 | 0,01 |
| **498** | 26,42 : 10,14 | **510** | 50,6 : 19,04 | 0,001 |
| **499** | 46,634 : 39,131 | **511** | 0,09 : 0,009 | |
| **500** | 0,4 : 0,04 | **512** | 0,009 : 0,09 | |
| **501** | 0,006 : 0,6 | **513** | 0,00006 : 0,006 | |
| **502** | 0,2 : 0,002 | **514** | 0,0001 : 0,01 | |
| **503** | 0,01 : 0,0001 | **515** | 0,0000009 : 0,9 | |

## Problemas sobre a divisão

**516.** — Quantos saccos se enchem com 5952 nozes, si cada sacco contém 248?

**517.** — Um canhão dispara 120 tiros por hora; em quantas horas disparará 1680 tiros?

**518.** — A quantia de 18:250$000 compõe de 365 notas eguaes; qual é o valor de cada nota?

**519.** — Quantas pipas de 250 litros cada uma são necessarias para conter 31000 litros de vinhos?

**520.** — Um amanuense deve copiar 720 paginas; quantos dias empregará trabalhando 12 horas por dia e copiando 3 paginas por hora?

**521.** — Quantos mendigos foram soccorridos com 31$000, tendo recebido cada um 0$250?

**522.** — Um general manda distribuir 1225000 cartuchos a 35000 soldados; quantos cartuchos recebe cada um?

**523.** — De uma herança de 61:632$000 cada herdeiro recebeu 10:272$000. Qual era o numero de herdeiros?

**524.** — Armando, que não tem filhos, deixa a metade de sua fortuna, que é de 20:640$000, a 4 sobrinhos e a outra metade a 6 primos; quanto receberá cada um?

**525.** — Quanto custam 35 laranjas, pagando-se 1$500 a duzia?

**526.** — Paguei 300$000 por 150 canivetes; querendo ganhar 0$050 em cada canivete por quanto devo vender cada um?

**527.** — A cinco batalhões de 500 homens cada um distribuiram-se 110000 cartuchos; quantos cartuchos recebeu cada soldado?

**528.** — Quantos dias leva um operario para ganhar 2:975$000, si em 17 dias ganha 85$000?

**529.** — Salvino vendeu por 13$800 certa quantidade de lapis, que lhe custou 11$040, e ganhou 0$100 em cada lapis. Quantos lapis são?

**530.** — Quanto se deve pagar por 4 carroçadas de 2400 tijolos cada uma a 35$000 o milheiro?

**531.** — Quanto se ganhará vendendo 7092 maçãs a 2$400 a duzia se cada maçã custou 0$150?

**532.** — Adolpho recebeu 300$000 por 75 dias de trabalho; quanto receberia si tivesse trabalhado 10 dias menos?

**533.** — Um negociante de armarinhos pagou 211$200 por 704 duzias de botões; quanto lhe custou cada botão?

**534.** — Quantos leitos de 18$250 cada um se compram para um hospital com a quantia 5:566$250?

**535.** — José comprou 32 garrafas de vinho que lhe custaram 48$000. Mandou seu filho buscal-as e este involuntariamente quebrou 7 no caminho; em quanto lhe ficou, então, cada garrafa de vinho?

**536.** — Um negociante de fazendas vendeu 148 ms., 50 de panno por 2:079$000; foi lesado em 3 centimetros por metro; qual foi o seu prejuizo?



## Problemas de recapitulação sobre a 1.ª parte

**537.** — Flaminio tinha 1245 avelãs; deu 74, perdeu em apostas 118; roubaram-lhe 56; quantas lhe restam?

**538.** — Terencio compra 2:345$750 de mercadorias, e deu por conta 1:980$750; quanto deve ainda?

**539.** — Julio recebe de seu pae 100$000 para se vestir; as calças lhe custam 18$500, o paletot 36$200, a gravata 4$300, as collarinhos 8$600, o chapéo 10$500 e a um mendigo elle dá o que sobra; quanto recebeu o mendigo.

**540.** — Hermogenes ganha 1$500 por dia; quanto ganhará em 36 dias?

**541.** — Gaspar comprou 1:425$000 de azeite a 1500 o kilo; quantos kilos comprou?

**542.** — Diz o Genesis que Abrahão, para sepultar Sarah comprou um campo de Efron por 400 **siclos** de prata. Em quanto monta o preço do campo si **siclo** vale 0$500?

**543.** — Quantos kilogrammas de manteiga podem-se comprar com 130$560, custando 2$200 cada kilogramma?

**544.** — Comprei 24 centos de laranjas por 110$000 e vendi-os á razão de 0$050 cada uma; qual foi meu lucro?

**545.** — Melchior promette dar 0$800 aos pobres cada vez que ganhar 12$250; quanto deve dar, pois, se ganhou 147$000?

**546.** — Numa divisão o dividendo é 156970 e o quociente 55; qual é o divisor?

**547.** — Qual é o numero que multiplicado por 110 dá 313740?

**548.** — Um correio gastou 15 dias para ir de Paris a Madrid, caminhando 14 horas por dia; quantas horas deverá caminhar diariamente para voltar em 21 dias?

**549.** — Por que numero se multiplicou 256 para ter 1,792 como producto?

**550.** — Numa multiplicação o producto é 990, o multiplicador 54; qual é o multiplicando?

**551.** — Humberto tem seis vezes a idade de seu filho, e a somma dos annos de ambos é 51; qual é a idade de cada um?

**552.** — Dividindo-se 5:580$000 entre 40 pessôas, 26 recebem 150$000 cada uma; quanto recebe cada uma das outras?

**553.** — Quanto ganha por hora um operario que recebe 112$000 por 8 dias de 7 horas de trabalho cada um?

**554.** — Felisberto prometteu dar 1$250 aos pobres cada vez que ganhasse 16$250; tendo ganho 1:040$000, com quanto ficará depois de haver feito a esmola?

**555.** — Anselmo deve fazer 459 metros de certó trabalho e faz 85 metros em 5 dias; quantos dias gastará para fazer o restante?

**556.** — Pagaram-se 324$000 por 36 metros de panno, que foram vendidos por 432$000; quanto se ganhou em cada metro?

**557.** — Quintino comprou 66 metros de damasco por 1:782$000; quantos metros deve vender a 35$000 cada metro, para ganhar 120$000?

**558.** — Vendendo-se 150 metros de damasco a 27$000 o metro ganharam-se 600$000; quanto custou o metro?

**559.** — Qual é o numero que, sommado á nona parte de 2457 dá como somma 2731?

**560.** — Achar um dos factores de uma multiplicação em que o outro factor é 37 e cujo producto tomado 5 vezes dá 10730.

**561.** — Quanto se deve pagar por 8 peças de panno de 28 metros cada uma, si 989 metros custam 13:450$400.

**562.** — Quanto tempo gastará um pedestre para ir de Turim a Soperga, que distam entre si de 7400 metros, si elle anda 80 passos de 0,$^{m}$74 cada um por minuto?

**563.** — Paga-se a quantia de 63$300 a 15 soldados pelo soldo de 12 dias; um destacamento recebe 91$910 por 13 dias. Quantos homens conta?

**564.** — Para pagar uma divida de 2:783$750 deram-se 123 metros de panno de 8$300 o metro, 111 metros de flanella de 2$100 o metro, depois 920$750 em dinheiro e o resto em fazenda de 1$750 o metro; quantos metros de fazenda se deram?

**65.** — Dois negociantes formaram um capital de 45:280$600; o 1.º tendo entrado eom 28:742$700 com quanto entrou mais do que o 2.º?

**566.** — Na venda de um certo numero de cavallos um negociante perde 23$700 em cada um, e ao todo 7:394$400; quanto custou cada cavallo?

**567.** — De uma quantia de 76:366$750 gastou-se 843$250, depois deu-se a 43 pessôas quantia de 247$250 a cada uma, outras pessôas receberam o restante, cabendo 168$550 a cada uma; qual era o numero destas ultimas pessôas?



**568.** — Pagou-se a quantia de 5:872$500 por 18 peças de fazenda custando 7$250 o metro; qual é o comprimento de cada peça?

**569.** — Vendendo-se uma pipa de vinho de 220 litros a razão de 0$750 o litro, perde-se a importancia de 39$600? Quanto custou o litro?

**570.** — Um agricultor mistura 120 hectolitros de grãos de 18$750 hectolitros, 83 hectolitros a 16$450, o hectolitro, e 74 hectolitros a 15$000 o hectolitro; vende a mistura a 17$850 o hectolitro. Quanto ganha?

**571.** — Dois amigos tendo comprado 28$^{ms}$, 37 de panno por 340$440, repartiram a mercadoria de modo que o primeiro pagou 45$000 mais do que o outro: com quantos metros ficou cada um?

**572.** — Lourenço paga 562$500 por uma peça de velludo e 450$000 por uma outra da mesma qualidade, medindo, porém, 2$^{ms.}$, 50 de menos; pede-se o comprimento de cada peça.

# SEGUNDA PARTE

## Fracções e systema metrico

### CAPITULO I

### FRACÇÕES

#### § 1.º — Fracções em geral

***65.*** — A *fracção* é uma ou mais partes da unidade dividida em partes eguaes.

Si, por exemplo, se dividir uma laranja em oito partes eguaes, e tomam-se tres destas partes, tem-se uma fracção da laranja, isto é, *tres oitavos* da laranja.

***66.*** — Distinguem-se duas especies de fracções, isto é: *fracções ordinarias* e *fracções decimaes*.

A fracção *ordinaria* é aquella em que a unidade está dividida em um numero *qualquer* de partes eguaes.

A fracção *decimal* é aquella em que a unidade está dividida em 10, 100, ou em 1000, etc. partes eguaes.

#### § 2.º — Fracções ordinarias

***67.*** — A fracção ordinaria representa-se por meio de dois termos; *numerador* e *denominador*.

O denominador indica em quantas partes está dividida a unidade, e o numerador quantas destas partes foram tomadas.

***68*** — ***Regra para escrever uma fracção.*** *Para escrever uma fracção colloca-se primeiramente o numerador, depois o denominador, separando-os por um traço horisontal ou obliquo.*



Assim a fracção *tres oitavos* acima considerada, escrever-se-á:

$$\frac{3}{8} \text{ ou } {}^{3}/_{8}$$

***69.*** — ***Regra para lêr uma fracção.*** *Para lêr uma fracção enuncia-se primeiramente o numerador com o numero de unidades que o expressa, depois enuncia-se o denominador com o numeral ordinal correspondente ao numero que exprime o seu valor si este não passa de 10, e com o numero de unidades de seu valor juntando-lhe a palavra ávos si fôr maior do que 10.*

Assim as expressões ${}^{1}/_{5}$, ${}^{2}/_{9}$, ${}^{3}/_{11}$, ${}^{1}/_{20}$ lêm-se *um quinto, dois nonos, tres onze ávos, um vinte ávos* respectivamente.

***70.*** — Chama-se *fracção propria* aquella que é menor do que a unidade; nesta fracção o numerador é menor do que o denominador.

Taes são ${}^{4}/_{2}$, ${}^{3}/_{5}$, ${}^{5}/_{7}$.

Chama-se fracção impropria aquella que é maior do que a unidade; nesta fracção o numerador é maior do que o denominador.

Assim são improprias as fracções ${}^{9}/_{5}$, ${}^{15}/_{7}$, ${}^{15}/_{4}$.

Si o numerador fôr exactamente divisivel pelo denominador, a fracção equivale a um numero inteiro, comquanto affecte a forma ou apparencia de fracção. Por isso ellás se denominam *fracções improprias*. A fracção ${}^{15}/_{3}$, por exemplo, é apparente, porque, contendo 15 partes da unidade dividida em 3 partes, ella representa exactamente o valor de 5 unidades.

Chama-se *numero traccionario* ou mixto aquelle que contem um numero inteiro mais uma fracção.

Tal é a expressão $12 + \frac{3}{4}$, que tambem se escreve: $12{}^{3}/_{4}$.

***71.*** — ***Propriedades das fracções.*** 1.º Multiplicando-se o numerador de uma fracção por um numero inteiro a fracção fica multiplicada por esse numero.

Assim multiplicando-se o numerador da fracção ${}^{3}/_{4}$ por 2, obtem-se ${}^{6}/_{4}$, que é o dobro de ${}^{3}/_{4}$.

3.° Multiplicando-se o denominador de uma fracção por um numero inteiro a fracção fica dividida por esse numero.

Assim multiplicando o denominador da fracção $^3/_4$ por 2, obtem-se $^3/_8$, que é a metade de $^3/_4$.

3.° Multiplicando-se os dois termos de uma fracção por um numero inteiro, a fracção não muda de valor.

Tem-se por exemplo, $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$.

4.° Dividindo-se o numerador de uma fracção por um numero inteiro, a fracção fica dividida por esse numero.

Assim dividindo o numerador da fracção $^{12}/_{15}$ por 3, obtem-se $^4/_{15}$ que é tres vezes menor do que $^{12}/_{15}$.

5.° Dividindo-se o denominador de uma fracção por um numero inteiro, a fracção fica multiplicada por esse numero.

Assim dividindo por 3 o denominador da fracção $^{12}/_{15}$, obtem-se $^{12}/_5$, que é tres vezes maior do que $^{12}/_{15}$.

7.° Dividindo-se ambos os termos de uma fracção por um mesmo numero inteiro, a fracção não muda de valor.

Tem-se, por exemplo, $\frac{12}{15} = \frac{12:3}{15:3} = \frac{4}{5}$.

**72.** — Póde-se, pois, multiplicar uma fracção por um numero inteiro de dois modos, ou multiplicando o seu numerador, ou dividindo o seu denominador por esse numero inteiro. Póde-se dividir uma fracção por um numero inteiro de dois modos ou dividindo o seu numerador, ou multiplicando o seu denominador por esse numero inteiro.

***Observação.*** Como, porém, um dos termos da fracção nem sempre é divisivel por um numero inteiro pelo qual se quer dividil-o, evita-se essa divisão operando do modo seguinte:

*Multiplica-se uma fracção por um numero, multiplicando o seu numerador por esse numero. Divide-se uma fracção por um numero inteiro, multiplicando-se o seu denominador por esse numero.*

Exemplos $\frac{3}{7} \times 5 = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7}$; $\frac{3}{7} \div 5 = \frac{3}{7 \times 5} = \frac{3}{35}$.



## QUESTIONARIO

65. — Que é fracção? 66. — Quantas especies de fracção se contam?.... Qual é a fracção ordinaria?.... Qual é a fracção decimal? 67.—Como se representa a fracção ordinaria? Que indica o denominador?.... o numerador? 68.—Qual é a regra para escrever uma fracção? 69.—Qual é a regra para lêr uma fracção? 70.— Que é a fracção propria?.. a fracção impropria? 71. — Enuncie as seis propriedades das fracções. 72. — De quantos modos póde-se multiplicar ou dividir uma fracção por um numero inteiro? Na pratica qual processo se deve seguir?

## Exercicios sobre as fracções

### Exprimir os numeradores e os denominadores das fracções seguintes e dizer o que indica cada um destes termos

*Para fazer este exercicio, o alumno procederá do modo seguinte:*

Seja a fracção $^{18}/_{35}$, elle dirá: *Na fracção $^{18}/_{35}$ o denominador é 35 e indica que a unidade está dividida em 35 partes eguaes o numerador é 18 e indica que se tomaram 18 partes duma unidade dividida em 35 partes eguaes.*

**573.** — dois/terços; um/quinto.
**574.** — quatro/quintos; tres/quartos.
**575.** — cinco/sextos; dois/setimos.
**576.** — quatro/nonos; cinco/setimos.
**577.** — sete/oitavos; oito/nonos
**578.** — um/decimo; dois/terços.
**579.** — dois/quinze ávos.
**580.** — nove/dezoito ávos.
**581.** — cem/cento e quarenta ávos.
**582.** — tres/cento e quarenta um ávos.
**583.** — oitenta e dois/setecentos e um ávos.
**584.** — dezenove/cento e quarenta ávos.
**585.** — cento e vinte e tres/duzentos ávos.
**586.** — um/terço; um/quarto.
**587.** — seis/setimos; oito/nonos.
**588.** — nove/quinze ávos.

589. — treze/trinta ávos.
590. — tres/quarenta e sete ávos.
591. — trinta e seis/oitenta e tres ávos.
592. — cento e oitenta/duzentos e tres ávos.
593. — setecentos/oitocentos ávos.
594. — cento e vinte e nove/tres mil e um ávos.
595. — oitenta/ cento e um ávos.
596. — novecentos e trese/mil e um ávos.
597. — quinze/cento e vinte e seis ávos.
598. — oito/cento e trinta e tres ávos.

## Fracções para serem lidas e para serem escriptas com palavras

| | | | |
|---|---|---|---|
| **599** | $^3/_4$, $^5/_9$, $^6/_7$, $^9/_{17}$ | **602** | $^{13}/_{971}$, $^9/_{100}$, $^{887}/_{1408}$ |
| **600** | $^{30}/_{53}$, $^{22}/_{43}$, $^{132}/_{167}$ | **603** | $^{537}/_{897}$, $^1/_{1000}$, $^{403}/_{8971}$ |
| **601** | $^{55}/_{122}$, $^{187}/_{1341}$, $^{80}/_{8101}$ | **604** | $^{374}/_{845}$, $^2/_3$, $^1/_9$, $^7/_{11}$ |

**605.** — Divide-se uma maçã em 5, 10 15, 20, 30, 40 partes eguaes. Quantos pedaços se teem e como se chama cada um delles?

**606.** — Escrevam-se com algarismos as fracções seguintes: 1.º tres setimos; 2.º sete dezeseis ávos; 3.º quinze vinte e tres ávos; 4.º nove trinta ávos; 5.º vinte oito e cincoenta e nove ávos; 6.º trinta e quatro setenta e tres ávos; 7.º cincoenta e seis cento e tres ávos; 8.º duzentos e treze quatrocentos ávos.

**607.** — Leiam-se e escrevam-se com palavras as fracções seguintes; $^3/_{16}$, $^{25}/_{51}$, $^{34}/_{93}$, $^{28}/_{47}$, $^{140}/_{269}$.

**608.** — Que indicam os numeradores e os denominadores das fracções seguintes: $^1/_5$, $^5/_7$, $^{19}/_{24}$, $^{32}/_{41}$, $^4/_{25}$, $^1/_{100}$, $^2/_{13}$, $^{65}/_{341}$.

**609.** — Formar as fracções $^3/_4$, $^6/_7$, $^9/_{15}$, $^{16}/_{24}$, $^{24}/_{57}$, $^{32}/_{100}$. 5, 3, 4, 6 e 8 vezes maior ora multiplicando o numerador, ora dividindo o denominador quando isto for possivel e operar dos dois modos quando o permitta a natureza das fracções.

**610.** — Formar as fracções $^2/_{15}$, $^6/_{17}$, $^5/_{24}$, $^{14}/_{23}$, $^{18}/_{43}$, $^{72}/_{96}$, 5, 7, 10, 4 e 3 vezes menor pelos dois processos acima, sempre que fôr possivel.

**611.** — Achar quatro fracções eguaes a $^7/_9$, cinco eguaes a $^5/_{24}$, e seis eguaes a $^{10}/_{28}$.



## § 3.º — Reducções das fracções

**73.** — Chamam-se ***reducções das fracções*** diversas transformações que se lhes fazem soffrer sem lhes alterar valor.

Podem-se distinguir tres especies de reducções:

1.º Reducção das fracções ao mesmo denominador:

2.º Reducção das fracções á sua expressão mais simples.

3.º Reducção dos inteiros á forma de fracção e viceversa das fracções improprias a inteiros.

### QUESTIONARIO

73. — Que se entende como reducção das fracções? Quantas especies de reducções se distinguem?

## Reducção das fracções ao mesmo denominador

**74.** — ***Regra.*** *Para se reduzirem duas fracções ao mesmo denominador, multiplicam-se os dois termos de cada uma pelo denominador da outra.*

Assim para se reduzirem as duas fracções $^3/_4$ e $^5/_6$ ao mesmo denominador opera-se do modo seguinte:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times6}{4\times6}=\frac{18}{24}$$

$$\frac{5}{5}=\frac{5\times4}{6+4}=\frac{20}{24}$$

**75.** — ***Regra.*** *Para se reduzirem tres ou mais fracções ao mesmo denominador, multiplicam-se os dois termos de cada uma pelo producto dos denominadores das outras.*

Sejam as fracções $^1/_2$, $^3/_4$, $^6/_7$, $^5/_8$ a serem reduzidas ao mesmo denominador opera-se como segue:

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times4\times7\times8}{2\times4\times7\times8}=\frac{224}{448} \qquad \frac{6}{7}=\frac{6\times2\times4\times8}{7\times2\times4\times8}=\frac{384}{448}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times2\times7\times8}{4\times2\times7\times8}=\frac{336}{448} \qquad \frac{5}{8}=\frac{5\times2\times4\times7}{8\times2\times4\times7}=\frac{280}{448}$$

QUESTIONARIO

74. — Como se opera para reduzir duas fracções ao mesmo denominador? 75. — E si as fracções forem mais de duas?

## Exercicio sobre a reducção das fracções ao mesmo denominador

**612.** — Reduzir ao mesmo denominador as fracções: 1.º) $^3/_4$ e $^5/_9$; 2.º) $^7/_8$ e $^4/_{15}$; 3.º) $^6/_{19}$ e $^{13}/_{25}$; 4.º) $^{14}/_{31}$ e $^{25}/_{51}$.

**613.** — Reduzam-se as fracções: 1.º) $^1/_2$ $^3/_4$, e $^5/_6$; 2.º) $^3/_7$, $^1/_4$, e $^3/_{11}$; 3.º) $^{12}/_{25}$, $^3/_{19}$ e $^1/_{30}$ ao mesmo denominador.

**614.** — Reduzir ao mesmo denominador as fracções: 1.º) $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$, $^1/_8$; 2.º) $^3/_{11}$, $^4/_{17}$, $^5/_{21}$, $^7/_{31}$; 3.º) $^{15}/_{29}$, $^7/_{45}$, $^1/_{60}$ e $^{26}/_{39}$.

**615.** — Reduzir as fracções seguintes ao mesmo denominador: 1.º) $^1/_{20}$, $^1/_{30}$, e $^1/_{40}$; 2.º) $^4/_{45}$, $^3/_5$ e $^6/_{10}$.

**616** — Reduzindo-se as fracções $^1/_4$, $^2/_3$, $^5/_{12}$, $^1/_6$ e $^{13}/_{24}$ ao mesmo denominador, quaes as fracções que se obtem!

**617.** — Das duas fracções $^5/_9$ e $^{11}/_{15}$ qual é a maior.

## Reducção das fracções á expressão mais simples

**76.** — A reducção das fracções a expressão mais simples consiste em exprimir seus termos com os numeros menores possiveis.

Para realizar esta operação empregam-se dois methodos: *o methodo dos divisores communs* e *o methodo do maximo divisor commum.*

Trataremos destes dois methodos depois que tivermos estudado alguns *caracteres de divisibilidade*, e a pesquiza do maximo divisor commum.

**77.** — ***Caracteres de divisibilidade***

1.º Um numero é exactamente divisivel por 2, quando termina por um dos algarismos 0, 2, 4, 6, e 8. Taes são os numeros 12, 30, 2340 e 1866.

2.º Um numero é exactamente divisivel por 5, quando termina por 0 ou por 5. Exemplo: 135,750.

3.º Um numero é divisivel por 4, quando termina por dois zeros, ou quando os seus dois ultimos algarismos á direita formam um numero divisivel por 4. Exemplo: 100, 756 e 132.



4.º Um numero é divisivel por 3, quando a somma dos valores absolutos dos seus algarismos é um numero divisivel por 3. Exemplo: 45, 1452.

5.º Um numero é divisivel por 9, quando a somma dos valores absolutos de seus algarismos é numero divisivel por 9. Exemplo: 36, 927, 2376.

**78.** — ***Pesquiza do maximo divisor commum.***

Chama-se *maximo divisor commum* de dois numeros o maior numero que os divide ao mesmo tempo sem deixar resto e indica-se com as iniciaes M. D. C.

Seja procurar o M. D. C. dos numeros 1014 e 1404.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | *Quocientes* |
| 1404 | 1014 | 390 | 234 | 156 | 78 | *Divisores* |
| 390 | 234 | 156 | 78 | 0 | | *Restos* |

Disposto o quadro da operação como acima, divide-se o numero maior pelo menor e tem-se 1 como quociente e o resto 390, que se toma como divisor do divisor precedente, e obtem-se 2 como 2.º quociente e o resto 234, que se toma como divisor do immediato divisor precedente, e assim por diante. O ultimo divisor 78 é o M. D. C. procurado.

***Regra.*** *Obteem-se o M. D. C. de dois numeros dividindo o maior pelo menor; depois este divisor pelo resto, si a divisão não fôr exacta; em seguida o 2.º divisor pelo 2.º resto, si a 3.ª divisão não fôr tambem exacta; e assim successivamente dividindo sempre o divisor pelo resto. O divisor que der um quociente exacto será o M. D. C. procurado.*

Isto conhecido, podem-se expôr os dois methodos de reducção de fracções acima mencionados.

**79.** — ***Methodo dos divisores communs.***

Seja reduzir a seus menores termos a fracção $^{252}/_{468}$.

Sabe-se que uma fracção não muda de valor quando se dividem os seus dois termos por um mesmo numero; ora os termos 252 e 468 são ambos divisiveis por 2; tem-se pois

$$\frac{252}{468} = \frac{252:2}{468:2} = \frac{126}{234}$$

Estes novos termos 126 e 234 sendo ainda divisiveis por 2, tem-se,

$$\frac{126}{234} = \frac{126:2}{234:2} = \frac{63}{117}$$

Como, porém, 63 e 117 são divisiveis por 3, tem-se,

$$\frac{63}{117} = \frac{63:3}{117:3} = \frac{21}{39}$$

21 39 sendo ainda divisiveis por 3, tem-se,

$$\frac{21}{39} = \frac{21:3}{39:3} = \frac{7}{13}$$

Disto resulta que $\frac{252}{468} = \frac{7}{13}$, e a fracção $\frac{7}{13}$ é pois a expressão mais simples de $\frac{252}{468}$.

***Regra.*** *Para reduzir uma fracção á sua expressão mais simples* (aos seus minimos termos). *pelo methodo dos divisores communs, é necessario dividir successivamente os seus dois termos pelos seus divisores communs. A fracção cujos termos não admittem mais divisores communs, é a fracção reduzida.*

***80. — Methodo do maximo divisor commum.***

Seja a mesma fracção $^{252}/_{468}$ para se reduzir á expressão mais simples.

Procurando o M. D. C. dos termos 252 e 468 obtem-se 36.

Tem-se pois $\frac{252}{468} = \frac{252:36}{468:36} = \frac{7}{13}$ = Resposta.

***Regra.*** — *Para reduzir uma fracção á sua expressão mâis simples pelo methodo do M. D. C. é preciso dividir ambos os termos da fracção pelo seu maximo divisor commum, os respectivos quocientes são os termos da fracção reduzida.*

**Nota.** — Si, na pesquiza do M. D. C. dos termos da fracção, obtem-se a unidade, como ultimo resto, os termos não tem divisor commum; e a fracção é *irreductivel.*

QUESTIONARIO

76. — Em que consiste a reducção da fracção á sua expressão mais simples ou aos seus minimos termos? — Quantos são os methodos para reduzir a fracção aos seus minimos termos? 77. — Quando é que um numero é exactamente divisivel por 2?... por 5?... por 4?... por 3?... por 9?... 78. — Que se entende por M. D. C. de dois numeros? —



Enuncie a regra para achar o M. D. C. de dois numeros. 79. — Diga a regra para reduzir uma fracção á expressão mais simples pelo methodo dos divisores communs. 80. — Diga a regra para reduzir fracções á expressão mais simples pelo methodo do M. D. C.

## Exercicios sobre a reducção das fracções a expressão mais simples

**618.** — Qual é a expressão mais simples das fracções $^{18}/_{120}$, $^{150}/_{350}$, $^{140}/_{210}$, $^{400}/_{800}$, $^{47}/_{282}$, $^{12096}/_{17280}$, $^{72}/_{792}$?

**619.** — Diga-me qual é a expressão mais simples de $^{611}/_{1927}$ e de $^{1008}/_{2898}$.

**620.** — Reduza as fracções $^{278}/_{417}$, $^{172}/_{430}$, $^{122}/_{2321}$, $^{138}/_{483}$, aos seus minimos termos e ordene-as depois segundo as suas grandezas.

**621.** — Reduza as fracções $^{467}/_{3000}$, $^{2671}/_{7824}$, $^{569}/_{2621}$, $^{8280}/_{8352}$ e $^{24380}/_{141570}$ á sua expressão mais simples.

**622.** — Para reduzir uma fracção aos seus minimos termos fizeram-se quatro divisões, cujos quocientes respectivos foram 2, 3, 1, e 4 e o M. D. C. 36; qual é esta fracção e quaes seus minimos termos?

**623.** — Na reducção de uma fracção á sua expressão mais simples achou-se 56 como primeiro resto e como segundo o ultimo resto 14, e os quocientes obtidos foram 3, 5 e 4 successivamente; qual é a fracção sobre que se operou, e qual a sua expressão mais simples?

## Reducção dos inteiros a fracções

***81.*** — ***Regra.*** *Para se reduzir um numero inteiro á forma de uma fracção, que tenha como denominador um numero dado, multiplica-se o inteiro por este numero e o producto será o numerador de uma fracção cujo denominador é o denominador dado.*

Seja reduzir o numero inteiro 18 a *quartos,* isto é, a uma fracção impropria de denominador 4. Como a unidade a vale 4 *quartos,* 18 unidades valem 4 vezes 18, ou 72 *quartos*; o que dá a fracção $^{72}/_{4}$. A operação se dispõe do modo seguinte:

$$18 = \frac{18 \times 4}{4} = \frac{72}{4}$$

*82. — Regra. Para se reduzir um numero fraccionario (mixto) a fracção impropria multiplica-se a parte inteira pelo denominador da fracção, e ao producto somma-se o numerador; o numero resultante é o numerador de uma fracção cujo denominador é o da parte fraccionaria.*

Seja o numero fraccionario ou mixto $18\,^3/_4$ para se reduzir a fracção impropria. As 18 unidades fazem (18×4) *quartos*, ou 72 *quartos*, mais 3 quartos são 75 *quartos* o que dá a fracção $^{75}/_4$. A operação dispõe-se como segue:

$$18\frac{3}{4} = \frac{(18\times 4)+3}{4} = \frac{75}{4}$$

## Reducção das fracções improprias a inteiros

*83. — Regra. Para se reduzir uma fracção impropria a inteiros é preciso dividir o numerador pelo denominador; o quociente dará a parte inteira; o resto será o numerador de uma fracção cujo denominador será o denominador da fracção dada.*

Seja determinar o numero de unidades contidas na fracção impropria $^{75}/_4$. Como 4 *quartos* são uma unidade, a fracção conterá tantas unidades quantas vezes 4 estiver contido em 75; e como 4 se contem 18 vezes em 75 e o resto 3, a fracção vale $18 + ^3/_4$.

Assim dispõe-se a operação:

$$\frac{75}{4} = 75:4 = 18\,^3/_4.$$

### QUESTIONARIO

81. — Como se faz para reduzir um numero inteiro á forma de fracção? 82. — E para reduzir um numero fraccionario a fracção impropria? 83. — E para reduzir uma fracção impropria a inteiros?

## Exercicio sobre a reducção de numeros inteiros a fracções e vice-versa

**624**. — Quantos dozeávos de metro estão contidos em 168 metros; quantos sextos de kilogramma em 13 kilogrammas, e quantos quinzeávos de mil réis em 45$000?



**625**. — Quantos terços de maçã estão contidos em 48 maçãs? quantas meias nozes em 85 nozes? e quantos vigesimos de pêra em 154 pêras?

**626**. — Certa mãe de familia tem 4 melões que ella divide para distribuir aos seus filhos, dando um pedaço egual a cada um; quantos filhos tem?

**627**. — Um militar deve fazer 50 kilometros, é por cada quinto de kilometro recebe $050; quanto receberá ao todo?

**628**. — Forme de cada uma das seguintes quantidades $79\,^5/_9$, $89\,^6/_{17}$, e $132\,^5/_{15}$, uma unica expressão.

**629**. — Quantos quartos, nonos, vigesimos e centesimos estão contidos em 200?

**630**. — Quantos inteiros estão contidos em cada uma das seguintes expressões: $^{30}/_3$, $^{68}/_4$, $^{132}/_6$, $^{342}/_7$, $^{252}/_{28}$, $^{425}/_{25}$, $^{608}/_{32}$?

**631**. — Quantos mil réis tem ao todo aquelle que possue $^{20}/_4$, $^{100}/_5$, $^{360}/_8$, e $^{171}/_{19}$ de mil réis?

**632**. — Quantas unidades sommam ao todo as seguintes fracções $^2/_2$, $^6/_6$, $^4/_4$, $^{10}/_5$, $^3/_3$, $^{360}/_{24}$, $^{324}/_{27}$, $^{1820}/_{260}$, $^{9030}/_{30}$, $^{28305}/_{111}$ e $^{46100}/_{100}$?

**633**. — Quem é mais rico: quem tem $^{119}/_{17}$ de mil réis ou quem $^{156}/_{26}$ de mil réis?

**634**. — Duas familias têm uma $^{100}/_{20}$ de mil réis e a outra $^{700}/_{100}$ de mil réis; si cada uma despender 3$000 quanto lhes resta?

## § 4.° — Addição das fracções

*84* — A addição das fracções póde apresentar tres casos:

1.° Sommar fracções tendo o mesmo denominador.

2.° Sommar fracções que teem denominadores differentes.

3.° Sommar numeros fraccionarios.

*1.° Caso. Para sommar fracções que teem o mesmo denominador, faz-se a somma dos numeradores á qual se dá como denominador o da fracção dada.*

Sommem-se as fracções $^7/_9$ $^4/_9$ e $^8/_9$. E' claro que 7 *nonos* mais 4 *nonos* mais 8 *nonos* são 19 *nonos*, isto é, a fracção impropria $^{19}/_9$, que equivale a $2\,^1/_9$.

A operação assim se dispõe:

$$\frac{7}{9} + \frac{4}{9} + \frac{8}{9} = \frac{7+4+8}{9} = \frac{19}{9} = 2\,^1/_9$$

**2.º Caso.** *Para sommar fracções que teem denominadores differentes, é necessario reduzil-as primeiramente ao mesmo denominador; realisa-se depois a operação como no 1.º caso.*

Sejam as fracções $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$. Reduzindo-as ao mesmo denominador, estas fracções tornam-se: $\frac{80}{120}$, $\frac{96}{120}$, e $\frac{105}{120}$; tem-se então:

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{7}{8}=\frac{80}{120}+\frac{96}{120}+\frac{105}{120}=\frac{80+96+105}{120}=\frac{281}{120}=2\frac{41}{120}$$

**3.º Caso.** *Para fazer a addição de numeros fraccionarios sommam-se as fracções como no 2.º caso, e o resultado ajunta-se á somma dos numeros inteiros.*

Sejam os numeros $15\frac{1}{2}$, $9\frac{5}{6}$ e $12\frac{3}{4}$. A somma dos inteiros é 35, a somma das fracções é $2\frac{4}{48}$, ou $2\frac{1}{12}$; a somma procurada será pois $38\frac{1}{12}$.

Póde se operar do modo seguinte:

$$15\frac{1}{2}+9\frac{5}{6}+12\frac{3}{4}=36+\frac{24+40+36}{48}=36\frac{100}{48}=$$
$$=36+2+\frac{4}{48}=38\frac{1}{12}.$$

QUESTIONARIO

84. — Quantos casos póde apresentar a addição das fracções? — Qual a regra para o 1.º caso... Para o 2.º... Para o 3.º?

## Exercicios sobre a adição das fracções

**635.** — Sommar as seguintes fracções: 1.º) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$; 2.º) $\frac{5}{9}+\frac{4}{9}+\frac{2}{9}$; 3.º) $\frac{3}{14}+\frac{7}{14}+\frac{8}{14}+\frac{9}{14}+\frac{12}{14}$.

**636.** — Qual é a somma das fracções $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{7}{8}$ e $\frac{4}{9}$?

**637.** — Quantas unidades sommam $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{5}{12}+\frac{1}{4}+\frac{7}{24}$?

**638.** — Quantos metros sommam 35, ms. $\frac{3}{10}$, 45 ms. $\frac{5}{11}$, 67 ms. $\frac{6}{13}$ e 100 ms. $\frac{10}{11}$.

**639.** — Faça a somma dos numeros seguintes:
$140\frac{3}{20}$, $372\frac{5}{41}$, $879\frac{31}{39}$ e $853\frac{57}{109}$.



## Problemas sobre a adição das fracções

**640.**— Trez jornaleiros trabalham o 1.º 15 dias $\frac{1}{3}$, o 2.º 7 dias $\frac{2}{9}$, e o 3.º 24 dias $\frac{3}{7}$; quantos dias ao todo trabalham elles?

**641.**— Um marcineiro comprou 325$$\frac{3}{5}$ de carvalho, 647$$\frac{6}{9}$ de nogueira, 478$$\frac{1}{2}$ de pinho e 793$$\frac{5}{12}$ de olmo; quanto deve pela compra que fez?

**642.**— Cinco homens trabalham juntos; o 1.º faz $\frac{2}{3}$ de metro, o 2.º $\frac{4}{7}$, o 3.º $\frac{3}{4}$, o 4.º $\frac{5}{8}$ e o 5.º $\frac{4}{9}$; quantos metros de trabalho fazem ao todo?

**643.**— Adelino, tendo vendido 4 peças de seda, recebeu; pela 1.ª 391$$\frac{2}{3}$, pela 2.ª 575$$\frac{4}{13}$, pela 3.ª 540$$\frac{5}{6}$ e pela 4.ª 67$$\frac{3}{7}$. Quanto recebeu ao todo?

**644.**— Simão construiu 12 janellas por 436$$\frac{2}{9}$, 15 porladas a 22$ cada uma, 140 metros de muro por 1:518$$\frac{2}{7}$ e 150 metros quadrados de assoalho por 14$500 o metro quadrado. Quanto se lhe deve?

**645.**— Quantos hectolitros de trigo moem dois moinhos em uma hora, si o 1.º moe 4 hectolitros em 7 horas e o 2.º 3 hectolitros em 5 horas?

**646.**— Para construir o mostruario de uma loja pagou-se ao carpinteiro 243$$\frac{3}{7}$, ao envernisador 39$$\frac{7}{11}$ ao serralheiro 36$$\frac{3}{8}$ e ao vidraceiro 9$$\frac{1}{5}$. Qual foi a despeza total?

**647.** — Quatro operarios empreitam um trabalho que o 1.º faria em 12 dias, o 2.º em 9, o 3.º em 14, e o 4.º em 10; que fracção do trabalho fariam os quatro juntos num dia?

**648.**— De tres escripturarios o 1.º copia 20 paginas numa hora, o 2.º 23 em 4 horas, e o 3.º 26 em 5 horas; quantas paginas copiam numa hora trabalhando todos simultaneamente?

**649.**— Qual é o comprimento total de 3 mastros, si o 1.º é 4 ms. $\frac{3}{5}$ mais comprido do que o 2.º, e este 6 ms. $\frac{1}{4}$ mais comprido do que o 3.º, que mede Pms $\frac{2}{7}$ de comprimento?

## § 5.º — Subtracção de fracções

A subtracção das fracções apresenta tres casos:

1.º Subtracção de fracções que tem o mesmo denominador.

2.º Subtracção de fracções que teem denominadores differentes.

3.º Subtracção de numeros fraccionarios.

**85.** — *1.° Caso.—Para subtrahir uma fracção de outra que tem o mesmo denominador, tira-se o numerador da fracção subtrahendo do numerador da fracção minuendo, ao resto se dá o denominador commum.*

Subtrahir $^2/_9$ de $^8/_9$. E' claro que 8 *nonos* menos 2 *nonos* são 6 *nonos*, isto é, a fracção $^6/_9$, que é egual a $^2/_3$. Opera-se do modo seguinte:

$$\frac{8}{9} - \frac{2}{9} = \frac{8-2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

**2.° Caso.**—*Para subtrahir uma fracção de outra, quando teem denominadores differentes, é necessario reduzil-as ao mesmo denominador, operando-se depois como no 1.° caso.*

Seja, por exemplo, subtrahir $^3/_8$ de $^5/_6$, ter-se-á:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{40}{48} - \frac{18}{48} = \frac{40-18}{48} = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}.$$

**3.° Caso.**—*Para se effectuar a subtracção de numeros fraccionarios faz-se separadamente a subtracção dos inteiros, depois o das fracções, e sommam-se os resultados.*

Seja subtrahir $5^7/_{12}$ de $8^3/_4$; ter-se-á:

$$8\frac{3}{4} - 5\frac{7}{12} = (8-5) + \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{12}\right) = 3 + \frac{36-28}{48} =$$

$$= 3 + \frac{8}{48} = 3^1/_6.$$

**86.** — *Casos particulares.* 1.º Si a parte fraccionaria do minuendo é menor do que a do subtrahendo é preciso augmentar-lhe de uma unidade tomada da parte inteira do minuendo e reduzil-a á forma de uma fracção com o denominador commum.

Seja subtrahir $3^5/_6$ de $7^4/_9$; opera-se do modo seguinte:

$$7\frac{4}{9} - 3\frac{5}{6} = 7\frac{24}{54} - 3\frac{45}{54} = 6\left(\frac{54}{54} + \frac{24}{54}\right) - 3\frac{45}{54} =$$

$$= 6\frac{78}{54} - 3\frac{45}{54} \quad - \quad + \frac{78-45}{54} = 3\frac{11}{18}.$$



2.º Si o minuendo é um numero inteiro, deve-se invertel-o em um numero fraccionario cuja parte inteira é o numero inteiro menos uma unidade e cuja parte fraccionaria é a unidade que se tirou escripta sob a forma de uma fracção que tem como denominador ou da parte fraccionaria do subtrahendo.

Eis alguns exemplos:

$$8 - 5\frac{2}{5} = 7\frac{5}{5} - 5\frac{2}{5} = 2\frac{3}{5}; \; 4 - \frac{7}{9} = 3\frac{9}{9} - \frac{7}{9} = 3\frac{2}{9};$$

$$2 - 1\frac{1}{6} = 1\frac{6}{6} - 1\frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

QUESTIONARIO

85 — Quantos casos apresenta a subtracção de fracções? — Enuncie a regra para o 1.º caso... Para o 2.º... Para o 3.º
86. — Como se opera quando a parte fraccionaria do minuendo é menor do que a do subtrahendo... E quando o minuendo é um numero inteiro?

## Exercicio sobre a subtracção das fracções

**650.** — Subtrahir: 1.º) $^3/_9$ de $^7/_9$; 2.º) $^4/_7$ de $^6/_7$; 3.º) $^8/_{15}$ de $^3/_{15}$.

**651.** — De que quantidade é a fracção $^{15}/_{22}$ maior do que $^2/_4$?

**652.** — Subtrahir: 1.º) $^1/_4$ de $^3/_4$; 2.º) $^{21}/_{29}$ de $^{23}/_{29}$; 3.º) $^{424}/_{567}$ $^{560}/_{567}$; 4.º) $^2/_3$ de $^3/_4$; 5.º) $^{15}/_{23}$ de $^{27}/_{31}$; 6.º) $^5/_6$ de $^6/_7$; 7.º) $^{10}/_{203}$ de $^{17}/_{41}$.

**653.** — Qual a differença que existe 1.º) entre $40^3/_7$ $60^5/_9$ 2.º) entre $60^{22}/_{23}$ e $13^6/_{49}$; 3.º) entre $5^3/_4$ e $7^2/_5$ 4.º) entre $20^1/_7$ e $39^1/_9$.

**654.** — Quanto restaria de um objecto de que se tirasse $^3/_7$?

**655.** — Subtrahindo de uma somma os seus $^4/_{31}$ mais $^1/_4$ e mais $^1/_5$, que fracção da somma restará?

## Problemas sobre a subtracção das fracções

**656.** — Mathias vende uma meza por 35\$ $^1/_4$, uma poltrona por 46\$ $^2/_5$, um armario por 84\$ $^2/_9$, uma commoda por 58\$ $^1/_6$, e recebe por conta 170\$000; quanto tem ainda que receber?

**657.** — Um marcineiro fez trez paineis de porta a 40$000 cada um, 6 mezinhas a 22$500 cada uma e 15 banquinhos a 4$600 cada um; quanto recebeu pelo seu trabalho tendo elle feito um abatimento de 18$ $^3/_8$ por se lhe haver feito o pagamento á vista?

**658.** — João mandou fazer 3 canapés a 70$000 cada um, 2 poltronas a 80$000 cada uma, 3 duzias de cadeiras a 12$000 cada cadeira e um bilhar por 597$ $^5/_6$; dá por conta primeiramente 895$ $^4/_{15}$ e depois 306$ $^7/_{10}$; quanto deve ainda?

**659.** — Gregorio fez uma carrocinha por 78$ $^3/_9$ e um fogão por 192$ $^9/_{18}$; destes dois objectos qual é o que vale mais e quanto mais vale?

**660.** — Com 892$ $^2/_3$ que recebeu de seu pae, Esdras comprou um cavallo por 498$ $^5/_9$, a sella por 87$ $^3/_5$, os accessorios por 18$ $^2/_9$ e o freio e seus pertences por 30$000; quanto lhe sobrou?

**661.** — Um marceneiro vendeu 8 banquinhos por 55$000; a madeira custou-lhe 29$ $^1/_3$ e a mão de obra 18$ $^5/_9$. Quanto ganhou neste trabalho?

**662.** — Guido para tornear 24 pernas de meza pede 1$500 por cada uma, e 6 fustes de columna 2$500 cada um; quanto tem ainda a receber si já lhe deram 29$ $^{12}/_{19}$ por conta?

**663.** — Um reservatorio recebe 213 litros $^2/_7$ numa hora e perde 96$ $^5/_6$ no mesmo intervallo de tempo; qual é o excesso de agua que recebe numa hora?

**664.** — Alfredo ganha 32$000 durante 3 semanas, Octavio 41$000 durante 4 semanas e Silvio 49$000 durante 5 semanas; o 1.º gasta 17$000 em duas semanas, o 2.º 26$000 em 3 semanas e o 3.º 33$000 em 4 semanas. Qual é a economia total dos trez por semana?

## § 6.º — Multiplicação das fracções

**87.** — A multiplicação das fracções apresenta quatro casos:

1.º Multiplicar uma fracção por um numero inteiro.
2.º Multiplicar um numero inteiro por uma fracção.
3.º Multiplicar uma fracção por uma fracção.
4.º Multiplicar numeros fraccionarios.

*1.º Caso. Para multiplicar uma fracção por um numero inteiro, multiplica-se o numerador da fracção*



*pelo numero inteiro, e ao producto dá-se para denominador o da fracção.*

Exemplo: $^3/_4 \times 6 = \frac{3 \times 6}{4} = \frac{18}{4} = 4^1/_2$.

*2º. Caso. Para multiplicar um numero inteiro por uma fracção, multiplica-se o inteiro pelo numerador da fracção, e ao producto dá-se para denominador o da fracção.*

Exemplo: $8 \times {}^5/_9 = \frac{8 \times 5}{9} = \frac{40}{9} = 4\ \frac{4}{9}$

*3.º Caso. Para multiplicar uma fracção por uma fracção, multiplicam-se os numeradores entre si e os denominadores entre si, e ao primeiro producto dá-se para denominador o segundo producto.*

Exemplo: $^8/_9 \times {}^3/_4 = \frac{8 \times 3}{9 \times 4} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

*4.º Caso. Para effectuar a multiplicação de um numero fraccionario, reduzem-se estes numeros a fracções improprias, operando-se depois como para as fracções.*

Exemplo: $5\,^3/_4 \times 6\,^2/_5 = \frac{23}{4} \times \frac{32}{5} = \frac{736}{20} = 36\ \frac{4}{5}$.

**88.** — ***Observação.*** O numero resultante da multiplicação de um numero inteiro por uma fracção é uma parcella desse numero, a qual é indicada pela fracção multiplicadora.

Por exemplo, na multiplicação de 24 por $^3/_4$, o producto 18 é os $^3/_4$ de 24.

Analogamente, multiplicando-se $^8/_9$ por $^5/_6$ obtem-se os $^5/_6$ de $^8/_9$, isto é, *uma fracção duma fracção*.

Assim:

*Para obter uma fracção dum numero, multiplica-se este numero pela fracção.*

QUESTIONARIO

87.— Quantos casos apresenta a multiplicação das fracções? Qual a regra para o 1.º caso? Para o 2.º? Para o 3.º? Para o 4.º? 88.—Como se obtem uma fracção dum numero?

## Exercicios sobre a multiplicação das fracções

**665.** — Multiplicar: 1.°) $^5/_9$ por $^6/_7$; 2.°) $^4/_7$ por $^9/_{14}$; 3.°)
$^8/_{17}$; por $^{20}/_{37}$; 4.°) $^{15}/_{44}$ por $^{36}/_{61}$.

**666.** — Multiplique: 1.°) $^9/_{16}$ por 13; 2.°) $^4/_{15}$ por 24; 3.°)
36 por $^1/_4$; 4.° 53 por $^4/_{17}$; 5.° 132 por $^3/_5$.

**667.** — Quaes são os productos 1.°) de $18^1/_4$ por $^{53}/_4$; 2.°)
de $6^2/_3$ por $7^1/_9$; 3.°) de $10^{12}/_{20}$ por $6^{40}/_{50}$; 4.°) de $123^4/_{121}$ por
$16^2/_7$; 5.°) de $7^1/_{10}$ por $10^2/_3$?

**668.** — Quanto custam 12 ms. $^5/_6$ de panno a 17\$ $^3/_4$ o me-
tro?

**669.** — Para fazer um collete empregaram-se $^3/_4$ de me-
tro de panno; quantos metros são necessarios para a con-
fecção de 7 colletes?

**670.** — Vende-se um metro de panno por 17\$ $^2/_3$; quanto
se gasta para a compra $^{11}/_{12}$ de metro?

**671.** — Um navio faz 15 milhas e $^1/_3$ numa hora; quantas
milhas fará em 30 horas $^5/_7$?

**672.** — Determinar os seguintes valores: 1.°) os $^2/_3$ de
54; 2.°) a metade de $^1/_3$ de 24; 3.°) os $^3/_5$ de $^5/_7$.

**673.** — Quanto são: 1.°) os $^3/_8$ de 15; 2.°) os $^5/_7$ de 30:
3.° os $^{14}/_{23}$ de 50; 4.°) os $^5/_9$ de 80?

**674.** — Procuram-se 1.°) os $^3/_4$ dos $^5/_7$ de 28; 2.°) o $^2/_3$
dos $^3/_4$ dos $^4/_5$ de 60.

## Problemas sobre a multiplicação das fracções

**675.** — Quanto se paga ao todo por 6 fechaduras com
segredo de 33\$ $^5/_9$ cada uma e 32 ferrolhos de 2\$ $^3/_4$ cada um?

**676.** Quanto gasta um tapeceiro para comprar $^4/_5$ de
uma peça de velludo de comprimento egual a $^8/_9$ de metro
á 9\$ $^5/_8$ o metro?

**677.** — Lucio confecciona para uma fabrica nova o seguin-
te: 6 grades pesando 415 kg. $^1/_2$ cada uma a $^4/_5$ de mil réis
o kilogramma e 12 cancellas de ferro de 305 kg. $^1/_4$ cada
uma a $^{11}/_{12}$ de mil réis o kilogramma; quanto se lhe deve?

**676.** — Alfredo fez 4 cassarolas de 3 kg. [illegible] cada uma,
5 panellas de 2 kg. $^1/_3$ cada uma, 8 baldes de 2 kg. $^5/_9$ cada
um, e 4 fogareiros de 4 kg. $^1/_4$ cada um; quanto receberá si
vender estes objectos á razão de 4\$ $^1/_2$ o kilograma?

**679.** — Agnello mandou estanhar 4 duzias de colheres á
razão de $^1/_{27}$ de mil réis cada colher; quanto deve pagar ao
estanhador?



**680.** — Comprei $^7/_9$ de uma peça de panno de 72 ms. $^2/_3$
de comprimento a razão de 14\$ $^3/_4$ o metro; quanto gastei?

**681.** — Sergio comprou 18 pipas e $^3/_4$ de vinho de 220
litros cada pipa; vende depois 8 pipas e $^7/_8$; com quantos
litros de vinho ainda ficou?

**682.** — Perguntaram a Orestes que horas eram e elle res-
pondeu: "Meu relogio marca $^5/_8$ de $^1/_4$ dos $^{12}/_9$ de 24 horas".
Que horas eram?

**683.** — Comprei $^5/_6$ de uma peça de panno por 136\$000,
que vendo pelo mesmo preço $^3/_4$ do que comprei; com que
fracção de peça ainda fico, e quanto receberei?

**684.** — Quanto se ganha sobre 525 myriagrammas de
carvão compradas á razão de 7\$000 cada 6 myriagramma e
vendidas á razão de 7\$000 cada 5 myriagramma?

**685.** — Carlos comprou: 1.°) $^5/_9$ de um rebanho, pa-
gando 15\$000 por cada ovelha; 2.°) $^3/_8$ do mesmo rebanho
a 12\$000 cada ovelha; 3.°) as cinco ovelhas restantes a 10\$000
cada uma; Quantas ovelhas tinha o rebanho e qual foi a sua
despeza?

## § 7.° — Divisão das fracções

*89.* — A divisão das fracções apresenta quatro
casos:

1.° Divisão de uma fracção por um numero inteiro.
2.° Divisão de um numero inteiro por uma fracção.
3.° Divisão de uma fracção por uma fracção.
4.° Divisão de numeros fraccionarios.

*1.° Caso Para dividir uma fracção por um numero inteiro, multiplica-se o denominador da fracção por este numero inteiro.*

Exemplo: $^8/_9 : 4 = \frac{8}{9 \times 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

*2.° Caso. Para dividir um inteiro por uma fracção, multiplica-se o inteiro pela fracção invertida.*

Exemplo: $4 : {}^8/_9 = 4 \times \frac{9}{8} = \frac{4 \times 9}{8} = \frac{36}{8} = 4\frac{4}{8} = 4\frac{1}{2}$

*3.° Caso. Para dividir uma fracção por uma fracção multiplica-se a fracção dividendo pela fracção divisora invertida.*

Exemplo: $\frac{7}{24} : \frac{21}{40} = \frac{7}{24} \times \frac{40}{21} = \frac{280}{504} = \frac{5}{9}$.

*4.° Caso. Para se effectuar a divisão de numeros fraccionarios, reduzem-se estes numeros a fracções improprias, operando-se depois como para as fracções.*

Exemplo: $4\,{}^{2}/_{3} : 3\,{}^{1}/_{4} = \frac{14}{3} : \frac{13}{4} = \frac{14}{3} \times \frac{4}{13} = \frac{56}{39} = 1\,\frac{17}{39}$.

QUESTIONARIO

89. — Quantos casos apresenta a divisão? Qual a regra para o 1.° caso?... Para o 2o.?... Para o 3.°?... Para o 4.°?...

## Exercicios sobre as divisões das fracções

**686.** — Dividir: 1.°) ${}^{3}/_{5}$ por ${}^{6}/_{7}$; 2.°) ${}^{8}/_{15}$ por ${}^{1}/_{10}$; 3.° ${}^{24}/_{33}$
por $/_{9}$; 4.°) ${}^{16}/_{43}$ por ${}^{4}/_{5}$.

**687.** — Quaes são os quociente das seguintes divisões;
1.°) de 8 por ${}^{4}/_{11}$; 2.°) de 140 por ${}^{14}/_{31}$; 3.°) de ${}^{3}/_{10}$ por 5; 4.°)
de ${}^{12}/_{53}$ por 12; 5.°) de ${}^{61}/_{121}$ por 10?

**688.** — Dividir; 1.°) $25\,{}^{3}/_{4}$ por $5\,{}^{1}/_{4}$; 2.°) $54\,{}^{8}/_{9}$ por 15; 3.°)
3 por $2\,{}^{1}/_{4}$; 4.°) $18\,{}^{3}/_{6}$ por ${}^{6}/_{7}$; 5.°) ${}^{19}/_{27}$ por $8\,{}^{7}/_{11}$; e 6.°) $134\,{}^{11}/_{45}$
por $68\,{}^{23}/_{50}$.

## Problemas sobre a divisão das fracções

**689.** — Si ${}^{2}/_{3}$ do metro de panno custam 15\$000, quanto
custará um metro?

**690.** — Quanto custou um metro de panno, si 4 ms. ${}^{3}/_{4}$
custaram 48\$000?

**691.** — Para fazer um collete foram precisos ${}^{3}/_{4}$ de metro
de panno, quantos colletes se pódem fazer com 24 metros?

**692.** — Uma fonte fornece, 5 litros d'agua em 2 minutos; quantos minutos são necessarios para encher duas vasilhas de 35 litros ${}^{3}/_{4}$ cada uma?

**693.** — Em ${}^{2}/_{3}$ de dia um operario faz ${}^{3}/_{11}$ de certo trabalho; quanto tempo empregará para fazer o trabalho todo?

**694.** — Qual é o preço de um objecto cujos ${}^{5}/_{12}$ custaram
${}^{3}/_{4}$ de mil réis?



**695.**— Angelo que deve fazer 6 ms.${}^{2}/_{3}$ de um trabalho, começa-o as 5 horas ${}^{1}/_{4}$ da manhã e faz ${}^{5}/_{9}$ de metro por hora. A que horas terminará o trabalho.

**696.**— Um cuteleiro comprou 3 brunidores por 11\$${}^{2}/_{3}$, 6 polidores por 20\$${}^{3}/_{4}$, e 12 careteis por 3\$${}^{2}/_{7}$; quanto custou cada um destes objectos.

**697.**— Meu cirurgião dispendeu 16\$${}^{1}/_{3}$ na compra de 7 bisturis, e 20\$${}^{1}/_{5}$ na de 8 thesouras; qual é o custo de cada um destes objectos?

**698.**— Delfino comprou 3 leitos para sua famila e pagou ao todo 93\$${}^{5}/_{6}$; quanto custou cada um?

**699.**— Quanto ganha por dia um folheiro que fabrica lanternas a 2\$000 cada uma, si em 6 dias ${}^{3}/_{4}$ elle faz 70 lanternas?

**700.**— Pagou-se a quantia de 93\$${}^{3}/_{4}$ por 54 cafeteiras, e 85\$${}^{1}/_{2}$ por 33 castiçaes; qual é o preço de uma cafeteira e de um castiçal?

**701.**— Leopoldo comprou 240 folhas de latão a razão de 0\$650 o kilogramma, e 350 kgs. de estanho a 2\$${}^{7}/_{11}$ o kilogramma; quanto deverá pagar por esta compra, sabendo-se que ${}^{2}/_{3}$ de um folha de latão pesam 1 kilogramma?

**702.**— 695 kgs. ${}^{1}/_{2}$ de zinco em folhas custam 382\$ ${}^{1}/_{3}$ e 432 kgs. ${}^{1}/_{4}$ de zinco em barra custam 345\$ ${}^{4}/_{5}$; qual a qualidade de zinco mais cara?

**703.**— Um fundidor põe para fundir varios ornatos metalicios usados, pesando um total de 136 kgs. ${}^{2}/_{7}$ quanto recebe por cada kilogramma de ferro fundido que vende-se, o metal velho lançado no forno vale 115\$${}^{3}/_{4}$?

## § 8.° — Fracções decimaes

*90.* — *As fracções decimaes* são aquellas em que a unidade é dividida em 10, em 100, em 1000, etc. partes eguaes (66). As expressões ${}^{1}/_{10}$, ${}^{3}/_{10}$, ${}^{75}/_{100}$, ${}^{84}/_{1000}$ são, pois, fracções decimaes.

As fracções decimaes teem a propriedade de se poderem escrever com um só termo.

As precedentes, por exemplo escrevem-se:

0,1; 0,3; 0,75; 0,084.

*91.* — Si a expressão se compõe de numeros inteiros e partes decimaes, ella denomina-se *numero decimal*.

Taes são os numeros 12,25; 1,50; 4,0001.

## Conversão das fracções ordinarias em fracções decimaes

*92* — **Regra**. *Para converter uma fracção ordinaria em fracção decimal, divide-se o numerador pelo denominador.*

Seja converter $^{5}/_{8}$ em fracção decimal.

A fracção $^{5}/_{8}$ exprime o quociente de 5 unidades por 8; ora 5 unidades valem 50 decimos que, divididos por 8, dão 6 decimos como quociente e 2 como resto; 2 decimos valem 20 centesimos que, divididos por 8 dão um quociente egual a 2 centesimos e um resto egual a 4 centesimos, que valem 40 millesimos, os quaes, divididos por 8 dão 5 millesimos por quociente.

| | |
|---|---|
| 50 | 8 |
| 20 | 0,625 |
| 40 | |
| 0 | |

Assim a fracção ordinaria $^{5}/_{8}$ é egual á fracção decimal 0,625.

## Conversão das fracções ordinarias em outras com determinados denominadores

*94.* — **Regra**. *Para converter uma fracção numa outra* (de valor egual ou approximado) *tendo um denominador dado, multiplica-se o numerador da primeira pelo denominador da segunda, divide-se o producto pelo denominador da primeira; os inteiros do quociente formam o numerador da fracção procurada.*

Seja converter a fracção $^{5}/_{8}$ em outra de mesmo valor mas, com denominador 24 5 unidades valem 24 × 5, ou 120 *cento e vinte e quatro ávos*; $^{5}/_{8}$ valerão 8 vezes menos, ou 120 : 8 = 15 *vinte quatro ávos*; assim $^{5}/_{8} = ^{15}/_{24}$.

## Conversão das fracções decimaes em fracções ordinarias

*94.* — **Regra**. *Para converter uma fracção decimal numa fracção ordinaria de mesmo valor, forma-se uma fracção ordinaria que tenha por numerador os algarismos decimaes, e por denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos são os algarismos decimaes.*



Assim a fracção decimal 0,32 equivale $^{32}/_{100}$, ou seja $^{8}/_{25}$. Analogamente 0,08 torna-se $^{8}/_{100}$, ou $^{2}/_{25}$; o numero decimal 7,75 equivale ao numero fraccionario $7\frac{75}{100}$, ou $7\,^{3}/_{4}$.

### QUESTIONARIO

90. — Que é fracção decimal? Que propriedade a distingue da fracção ordinaria? 91. — Que differença existe entre fracção decimal e numero decimal? 92. — Como se procede para converter uma fracção ordinaria em fracção decimal? 93. — Como se opera para converter numa outra com denominador dado? 94. — Como se procede para converter uma fracção decimal em fracção ordinaria?

## Exercicios

**704**. — Conveter $^{3}/_{4}$, $^{1}/_{2}$, $^{13}/_{16}$, $^{13}/_{101}$, $^{54}/_{136}$, e $^{5}/_{8}$ uio decimaes.

**705**. — Exprimir em decimaes $^{6}/_{15}$, $^{7}/_{8}$, [illegible]$/_{10}$, $^{15}/_{21}$, $^{9}/_{20}$, e $^{45}/_{260}$.

**706**. — Converter em decimaes a menos de um centesimo as fracções $^{2}/_{3}$, $^{5}/_{9}$, $^{13}/_{29}$, $^{4}/_{7}$, $^{14}/_{37}$ $^{8}/_{15}$.

**707**. — Converter $^{3}/_{4}$ em *duodecimo* (doze ávos) e $^{3}/_{7}$ em *cincoenta e seis ávos.*

**708**. — Converter $^{5}/_{8}$ em *dezoito ávos,* em *vinte quatro ávos.*

**709**. — Quantos *trinta ávos* estão contidos em $^{8}/_{10}$ em $^{36}/_{40}$ e em $^{44}/_{50}$?

**710**. — Converter 0,34; 0,234; 0,0503; e 0,00564 em fracções ordinarias.

**711**. — Quaes são as fracções ordinarias equivalentes ás seguintes expressões: 0,625; 0,00656; 0,0064; 0,0000512?

**712**. — Transformar em numeros fraccionarios os seguintes numeros decimaes: 13,043 e 4,00908.

## Problemas de recapitulação sobre as fracções

**713**. — Chrispim comprou 154 kgs. de couro a 3\$$^{8}/_{15}$ o kilogramma, e pagou por conta 250\$400, quanto deve ainda?

**714**. — Si para cada par de sapatos são necessarics $^{3}/_{4}$ de kg. de couro de 3\$$^{1}/_{4}$ o kilogramma, $^{1}/_{4}$ de uma pelle que custa

1$400, 60 pregos de 0$003 cada um e si o feitio custa 1$750, quanto ganhará um sapateiro em 12 pares que elle vende a 10$000 o par ?

**715**. — Cesar teve as seguintes notas no exame final. Religião $9\frac{1}{2}$, Grammatica 10, Geographia $8\frac{1}{2}$ e Arithmetica $7\frac{1}{2}$: pede-se a sua nota media expressa em *quartos?*

**716**. — Para a confecção de 15 chapéos, cujo feitio é de 1$ $\frac{7}{8}$ para cada um, adoptar-se o pello de 4 pelles e $\frac{1}{3}$ á razão de 8$ $\frac{1}{2}$ cada uma; si as outras despezas de fabricação montam a 24$ $\frac{1}{4}$ quanto custará cada chapéo ?

**717**. — Raphael pagou 1:320$ $\frac{3}{4}$ por 3 kgs. de pello de castor, quanto lhe custou cada kilogramma ?

**718**. — Mando fazer de prata, custando 190$ o kg., uma saladeira de peso egual a $\frac{4}{9}$ de kg., uma azeiteira e um porta-licor pesando cada um 2 kg. $\frac{9}{11}$; quanto gastarei si pagar 74$100 pelo feitio ?

**719**. — Bertholdo manda fazer um par de jarras de prata e paga pelo metal 233$000 e pela mão de obra 58$200; qual é o peso de cada jarra si o kilogramma de prata lhe custa 190$000 ?

**720**. — Quantos kilometros já faz um viajante que, tendo percorrido $\frac{3}{11}$ mais $\frac{5}{9}$ de sua jornada, ainda tem que andar 306 kms. ?

**721**. — Com 1:000$000 compráram-se 2 cavallos, dos quaes, o 1.º custa os $\frac{4}{6}$ do segundo; quanto se pagou por cada cavallo ?

**722**. — Pergunta-se quantos soldados havia numa companhia, sabendo-se que $\frac{1}{4}$ foi morto, $\frac{1}{6}$ feito prisioneiro, $\frac{1}{8}$ baixou ao hospital, $\frac{1}{12}$ morreu de epidemia e restáram 27 soldados.

**723**. — Jorge, tendo perdido no jogo $\frac{1}{2}$ mais $\frac{1}{3}$ do seu dinheiro, vê que lhe resta ainda $\frac{1}{2}$ do que perdeu, mais 6$000. Quanto possuia antes do jogo ?

**724**. — Dopois de ter pago $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ dos $\frac{8}{9}$ duma propriedade agricola que comprei, devo ainda 60:635$000. Qual é o valor desta propriedade ?

**725**. — Tenho com que pagar $\frac{1}{3}$ de minhas dividas, mas com 1:000$000 a mais que tivesse pagaria tudo e se sobrariam 200$000; quanto tenho ?

**726**. — Tito faria um trabalho em 6 dias, Caio em 5 e Horacio em 4; quanto tempo levariam si os tres trabalhassem conjunctamente ?

**727**. — De trez fontes, a 1.ª é capaz de encher um reservatorio em $\frac{1}{5}$ de hora, a 2.ª em $\frac{1}{8}$ e a 3.ª em $\frac{1}{7}$; si tres estivessem abertas simultaneamente em quanto tempo encheriam o reservatorio ?

---

CAPITULO II

# Noções de Geometria

## § 1.º — Da extensão em geral

***95***. — Chama-se ***corpo geometrico*** qualquer porção limitada do espaço que tenha uma forma determinada.

Por exemplo: o espaço occupado por uma casa.

Para occupar determinado espaço o corpo deve *extender-se* em trez direcções, que se dizem *dimensões* do corpo, e são: comprimento, largura e altura. A altura chama-se ainda profundidade ou espessura.

***96***. — ***A extensão*** tem tres dimensões: comprimento, largura e altura.

***97***. — Chama-se ***volume*** dum corpo o espaço occupado por este corpo. O volume tem tres dimensões.

***98***. — Chama-se ***superficie*** o limite de um corpo. A superficie tem sómente duas dimensões: comprimento e largura.

Assim, na superficie de uma caixa, são as *seis* faces que formam o seu limite. Ora, este limite não tem espessura, mas sómente comprimento e largura.

***99***.—Chama-se ***linha*** o limite de uma superficie. A linha tem uma só dimensão, isto é, o comprimento. Assim, qualquer uma das faces duma caixa tem seu lado por limite: uma linha. Este limite não tem nem largura, nem espessura.

***100***. — Chama-se ***ponto*** o limite duma linha, ou o logar onde duas linhas se encontram. O ponto não tem dimensão.

***101***. — A ***Geometria*** é a sciencia que ensina medir a extensão.

A ***Geometria plana*** ensina medir as linhas e as superficies.

A ***Geometria no espaço***, ou ***Geometria solida***, ensina medir os corpos, isto é, seus volumes.

## § 2.º — Noções de geometria plana

***102.*** — ***Linha*** é a extensão em comprimento, sem largura e sem espessura.

As linhas tomam diversos nomes segundo sua *forma*, sua *posição isolada* e sua *posição relativa*.

***103.*** — Considerando sua forma a linha póde ser *recta*, *quebrada*, *curva* ou *mixta*.

***Linha recta*** é a mais curta distancia entre dois pontos. (Fig. 1)

Fig. 1

***Linha quebrada*** é a que se compõe de linhas rectas. (Fig. 2)

Fig. 2

***Linha curva*** é a que não é recta e nem se compõe de linhas rectas. (Fig. 3)

Fig. 3

***Linha mixta*** é a que se compõe de linhas rectas e linhas curvas. (Fig. 4)

Fig. 4

De um ponto a outro só se pode traçar uma linha recta; podem-se, porém, traçar muitas curvas.

***104.*** — Considerando a sua posição isolada, uma linha pode ser *horisontal*, *vertical* ou *inclinada*.



***Horisontal*** é a linha que segue a direcção das aguas tranquillas. (Fig. 5)

***Vertical*** é a linha que segue a direcção do fio a prumo. (Fig. 6)

Fig. 5

Fig. 6

Chama-se ***inclinada*** a linha que não é nem horizontal nem inclinada. (Fig. 7)

***105.*** — Considerando a sua posição relativa, as linhas podem ser: *perpendiculares*, *obliquas*, *parallelas*, *convergentes* e *concorrentes*.

Fig. 7

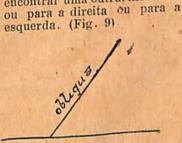
***Perpendiculares*** se dizem das rectas que, encontrando-se, não se inclinam nem para a direita nem para a esquerda. (Fig. 8)

***Obliqua*** é a recta que, ao encontrar uma outra, inclina-se ou para a direita ou para a esquerda. (Fig. 9)

Fig. 8

Fig. 9

Chamam-se *parallelas* duas ou mais linhas que, situadas no mesmo plano, não se encontram mesmo indefinidamente prolongadas. (Fig. 10)

Fig. 10

As parallelas conservam, em toda a sua extensão, a mesma distancia entre si.

*Convergentes e divergentes.* Duas linhas não parallelas que se encontram, quando sufficientemente prolongadas, chamam-se *convergentes* quando se caminha no sentido em que ellas se approximam uma da outra e, *divergentes*, quando se caminha no sentido opposto. (Fig. 11)

Fig. 11

Chamam-se *concurrentes* duas linhas que, sufficientemente prolongadas, se encontram. (Fig. 12)

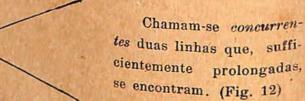



Fig. 12

## Angulos

***106.*** — ***Angulo*** é a abertura formada por duas rectas que se encontram. (Fig. 12)

Estas duas rectas chamam-se *lados* do angulo; o ponto de encontro das duas rectas chama-se *vertice* do angulo.



***107.*** — Um angulo póde ser: *recto, agudo, obtuso.*

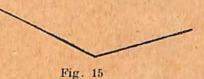
***Recto*** é o angulo cujos lados são perpendiculares entre si. (Fig. 13)

Fig. 13

***Agudo*** chama-se o angulo que é menor do que o recto. (Fig. 14)

Fig. 14

***Obtuso*** é o angulo que é maior do que o recto. (Fig. 15)

Fig. 15

## Superficies

***108.*** — ***Superficie*** é a extenção em comprimento e largura, sem profundidade.

***Superficie plana*** (ou simplesmente ***plano***) é aquella sobre a qual se póde adaptar uma linha recta em todos os sentidos.

***Superficie curva*** é a que não se apresenta plana e nem composta de planos.

***109.*** — Chama-se ***figura geometrica*** a representação das linhas, superficies e volumes.

N. B. — A grandeza de um angulo depende da maior ou menor divergencia de seus lados e não do comprimento destes.

Uma figura chama-se *rectilinea* quando é formada por linhas rectas, *curvilinea* quando se compõe de linhas curvas; *mixtilinea* quando é formada de linhas rectas e linhas curvas.

## Polygonos

***110.*** — Chama-se *polygono* uma figura plana fechada por linhas rectas que se cortam. As rectas que fecham a figura são os *lados* do polygono.

A somma dos lados, ou o contorno do polygono, chama-se *perimetro*.

***111.*** — Os polygonos tiram seus nomes do numero de seus lados; assim, chamam-se:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *triangulo* | o polygono de tres lados | | |
| *quadrilatero* | » | » | 4 » |
| *pentagono* | » | » | 5 » |
| *hexagono* | » | » | 6 » |
| *heptagono* | » | » | 7 » |
| *octogono* | » | » | 8 » |
| *enneagono* | » | » | 9 » |
| *decagono* | » | » | 10 », etc. |

***112.*** — O polygono é *regular* quando tem todos os lados eguaes e todos os angulos eguaes. (Fig. 16)

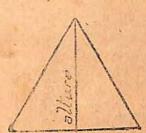
***113.*** — *Diagonal* é a recta que une dois vertices de dois angulos não consecutivos dum polygono.

***114.*** — *Apothema* é a recta que, partindo do centro, cáe perpendicularmente sobre um dos lados do polygono.

Fig. 16



## Triangulos

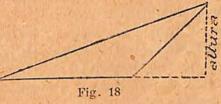
***115.*** — *Triangulo* é uma superfice plana fechada por trez linhas rectas.

***116.*** — Relativamente á grandeza de seus lados o triagulo póde ser:

*Equilatero* quando tem os tres lados iguaes;

*Isosceles* quando tem dois lados eguaes; (Fig 17)

Fig. 17

*Scaleno* quando tem os tres lados deseguaes; (Fig. 18).

Fig. 18

***117.*** — Relativamente a grandeza de seus angulos o triangulo pode ser:

*Rectangulo* quando tem um angulo recto (Fig. 19).

Num triangulo rectangulo, os dois lados que formam o angulo recto chamam-se *cathetos* e o lado opposto ao angulo recto chama-se *hypothenusa*.

Fig. 19

*Acutangulo* quando tem os tres angulos agudos; (Fig. 17).

*Obtusangulo* quando tem um angulo obtuso. (Fig. 18).

*118.* — Chama-se *altura* do triangulo a perpendicular abaixada de um dos vertices sobre o lado opposto; (Fig. 18), (Fig. 19) e (Fig. 17).

*119.* — *Base* do triangulo é o lado sobre o qual cahe a altura.

## Quadrilateros

*120.* — *Quadrilatero* é uma figura plana formada por quatro rectas que se cortam (é um polygono de quatro lados.)

Os quadrilateros que tem lados oppostos parallelos chamam-se *parallelogrammos.*

Ha quatro especies de parallelogrammos: *o quadrado, o rectangulo, o losango, e o parallelogrammo propriamente dito.*

Fig. 20

*121.* — O *quadrado* é um quadrilatero que tem 4 lados eguaes e os 4 angulos rectos. (Fig. 20)

*122.* — O *rectangulo* é o quadrilatero que tem os lados oppostos eguaes, e todos os angulos rectos; (Fig. 21.).

Fig. 21

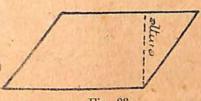



Fig. 22



Fig. 23

*123.* — O *losango* é o quadrilatero que tem todos os lados eguaes, sem ter os angulos rectos. (Fig. 22).

*124.* — *O parallelogrammo* propriamente dito é o quadrilatero que tem os lados oppostos eguaes e parallelos, sem ter os angulos rectos. (Fig. 23)

*125.* — Nos parallelogrammos um lado qualquer pode ser tomado como *base; a altura* é, então, a perpendicular baixada dum ponto qualquer do lado opposto sobre a base.

*126.* — O *trapezio* é um quadrilatero tendo somente dois lados parallelos (Fig. 24.)

Os dois lados parallelos são as *bases* do trapezio.

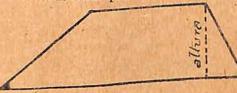



Fig. 24

*Altura* do trapezio é a perpendicular commum ás duas bases.

## Circulo

Fig. 25

*127* — O *circulo* é uma superficie plana fechada por uma linha curva, cujos pontos são todos equidistantes de um ponto interior chamado *centro.* (Fig. 25).

*128.* — *Circumferencia é a* linha curva que limita o circulo.

Toda a porção de circumferencia chama-se *arco.*

A quarta parte da circumferencia chama-se *quadrante*.

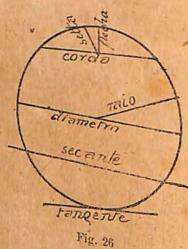



Fig. 26

**129.** — No circulo consideram-se os seguintes elementos rectos: o *raio*, o *diametro*, a *corda*, a *tangente*, a *secante*, a *flecha* e a *setta* (Fig. 26).

O *raio* é a recta que une um ponto qualquer da circumferencia ao seu centro.

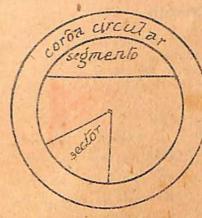
O *diametro* é a recta que, passando pelo centro, une dois pontos quaesquer da circumferencia.

A *corda* é a recta que une dois pontos quaesquer da circumferencia.

A *tangente* é a recta que tem um unico ponto commum com a circumferencia.

A *secante* é a recta que corta a circumferencia em dois pontos; é uma corda prolongada para o exterior da circumferencia.



Fig. 27

**130.** — Algumas porções da superficie do circulo receberam nomes especiaes e são: o *segmento*, o *sector*, a *corôa circular*. (Fig. 27).

O *segmento* é a porção de circulo comprehendido entre uma corda e o arco por ella subtendido.

O *sector* é a porção do circulo limitada por dois raios e o arco que elles comprehendem.

***Corôa circular*** é a superficie comprehendida entre duas circumferencias concentricas.

**131.** — Chamam-se ***concentricas*** duas ou mais circumferencias que teem o mesmo centro e raios differentes.

## § 3.º — Noções de geometria no espaço.

**132.** — ***Corpo*** ou ***solido*** é a extensão que tem trez dimensões: comprimento, largura e altura.

***Polyedros*** são os solidos limitados em toda a sua extensão por faces planas.—A intersecção de duas faces chama-se *lado* ou *aresta* do polyedro.

***Corpos redondos*** são os solidos limitados totalmente, ou em parte, por uma superficie curva.

**133.** — Os polyedros mais usuaes são o *prisma* e a *pyramide*. — Os corpos redondos são o *cylindro*, o *cone* e a *esphera*.

## Prisma

*134.* — O *prisma* é um polyedro terminado por dois polygonos regulares e parallelos, que se tomam como base, e que se limita por tantos parallelogrammos quantos são os lados de cada uma das bases. (Fig. 28).

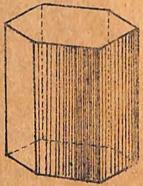



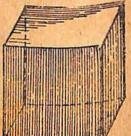
Fig. 28

O prisma é *triangular quadrangular, pentagonal*, etc., conforme sua base é um triangulo, um quadrado um pentagono, etc.— *Prisma regular* é aquelle cujas bases são polygonos regulares.

O prisma chama-se *recto*, quando as arestas lateraes são perpendiculares ás bases; e *obliquo*, quando estas arestas são obliquaes relativamente ás bases.

*135.* — O ***parallelepipedo*** é um prisma que tem dois parallelogrammos como bases.

*136.* — O ***Cubo*** é um parallelepipedo limitado por seis quadrados eguaes. (Fig. 29)

Fig. 29

*137.* — ***Altura*** do prisma é a perpendicular baixada de um ponto da base superior sobre o plano da base inferior.



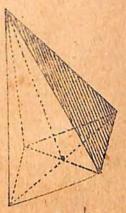
## Pyramide

*138.* — A *pyramide* é um polyedro que tem um polygono como base, e como faces lateraes tantos triangulos, concorrendo num *vertice* commum, quantos são os lados da base. (Fig. 30)

Fig. 30

A pyramide é ***triangular, quadrangular, pentagonal***, etc., conforme sua base é um triangulo, um quadrado, um pentagono, etc.

E' ***regular*** a pyramide cuja base é um polygono regular e cuja altura cáe no centro dessa base.

*139.* — ***Altura*** da pyramide é a perpendicular baixada do seu vertice sobre o plano da sua base.

## Cylindro

*140.* — O ***Cylindro*** é um solido limitado inferior e superiormente por dois circulos eguaes e parallelos, que constituem as suas bases, e lateralmente por uma superficie curva. (Fig. 31)

*141.* — A recta que liga os centros das duas bases chama-se *eixo* do cylindro.

*142.* — O cylindro será ***recto*** ou ***obliquo*** conforme seu eixo fôr perpendicular ou obliquo ás bases.

Fig. 31

*143*. — *Altura* do cylindro é a perpendicular baixada dum ponto da base superior sobre o plano da base inferior.

## Cone

Fig. 32

*144*. — O *cone* é um solido terminado inferiormente por um circulo, que é a sua base, e lateralmente por uma superficie curva que vai se extinguir em um ponto chamado *vertice* do cone (Fig. 33).

*145*. — *Altura* do cone é a perpendicular baixada do vertice sobre o plano da sua base.

*146*. — O *cone* é recto quando a altura cáe no centro da base. (Fig. 32)

*147*. — *Lado* do cone é a recta que une o vertice a um ponto qualquer da circumferencia da base.

## Esphera

*148*. — A *esphera* é um solido inteiramente limitado por uma superficie curva, cujos pontos são todos equidistantes de um ponto interior chamado *centro*. (Fig. 33)

*149*. — As superficies planas, que resultam da divisão da esphera em duas partes, sempre são circulos.

*150*. — Chamam-se *circulos maximos* da esphera aquelles que passam pelo centro; e *circulos minimos* são aquelles que não passam pelo centro.



Numa mesma esphera todos os circulos maximos são eguaes.

Fig. 33

*151* — Um circulo maximo divide a esphera em duas partes eguaes, chamadas *Hemispherios*.

*152* — O *raio*, o *diametro* e a *circumferencia* de uma esphera são o raio, o diametro e a circumferencia de seu circulo maximo.

---

# CAPITULO III

## Systema metrico decimal

### § 1.º—Medidas metricas em geral.

*153*. — Nos calculos usuaes consideram-se ordinariamente *seis especies* de quantidades, isto é, o *comprimento*, *a superficie*, *o volume*, *a capacidade*, *o peso* e *o valor*.

Para conhecer uma quantidade é sufficiente *medil-a*.

*154*. — *Medir uma quantidade* significa procurar quantas vezes ella contem uma outra quantidade conhecida, que se chama *unidade de medida*, ou, mais geralmente, *medida*.

*155*. — A unidade deve necessariamente ser da mesma especie da quantidade que se quer medir.

Assim é que se adopta uma *linha* para medir o comprimento, uma *superficie* para medir a superficie, um *volume* para medir os volumes, etc.

***156.*** — O *systema metrico decimal* é o complexo das medidas que tem o *metro* como base.

O systema metrico decimal comprehende as medidas de comprimento, de superficie, de volume, de capacidade, de peso e de valor.

Para cada uma destas seis quantidades ha um certo numero de medidas, das quaes uma é a *unidade principal*, e as outras são *multiplos* ou *submultiplos* desta unidade.

***157.*** — Os ***multiplos*** são medidas que conteem a unidade um certo numero de vezes.

Os ***submultiplos*** são medidas que estão contidas um certo numero de vezes na unidade.

***158.*** — As unidades principaes do systema metrico são:

1.° O ***metro*** para os comprimentos,

2.° O ***metro quadrado*** e o ***are*** para as superficies;

3.° O ***metro cubico*** ou o ***estere*** para os volumes;

4.° O ***litro*** para as capacidades;

5.° O ***gramma*** para os pesos;

6.° O ***real*** para os valores;

***159.*** — Os multiplos se exprimem com os seguintes vocabulos gregos, postos antes da unidade principal:

deca que significa . . . . . . . . 10
hecto » . . . . . . . . 100
kilo » . . . . . . . . 1000
myria » . . . . . . . . 10000

Assim, as expressões *decametro, hectolitro kilogramma*, etc., significam: 10 metros, 100 litros 1000 grammas.



***160.*** — Os submultiplos se exprimem com os seguintes vocabulos latinos, postos antes da unidade principal:

deci que significa . . . . . . . $^1/_{10}$
centi » » . . . . . . . $^1/_{100}$
milli » » . . . . . . . $^1/_{1000}$

Assim as expressões *decimetro, centilitro, milligramma*, etc., significarão: $^1/_{10}$ do metro; $^1/_{100}$ do litro, $^1/_{1000}$ do gramma.

***161.*** — Estas medidas chamam-se *decimaes*, porque são de dez em dez vezes maiores umas do que as outras, isto é:

O myria *vale* . . . . . . . . 10 kilos
O kilo » . . . . . . . . 10 hecto
O hecto » . . . . . . . . 10 deca
O deca » . . . . . . . . 10 unidades
A unidade » . . . . . . . . 10 deci
O deci » . . . . . . . . 10 centi
O centi » . . . . . . . . 10 milli

Chamam-se, pois, *metricas*, porque derivam todas do *metro*, que, por isto, é a *base* deste systema de medidas.

***162.*** — O ***metro*** é um comprimento egual á decima millionesima parte do quarto do meridiano terrestre.

O meridiano terrestre é o circulo maximo (151) da terra, que passa pelos dois polos.

***163.*** — Chamam-se ***medidas effectivas*** aquellas que realmente existem e que, com auctorisação da lei, se adoptam como instrumentos para medir as quantidades.

O *decametro*, o *metro*, etc., por exemplo, são medidas effectivas, porque existem instrumentos tendo 10 metros, 1 metro, etc., que servem para medir os comprimentos; mas o *hectometro* não é uma medida effectiva, pois não existem instrumentos de medição tendo 10 metros de comprimento.

## QUESTIONARIO

95. — Quantas especies de unidades se podem considerar nos calculos usuaes. ? — Que se deve fazer para conhecer uma quantidade ? 96. — Que significa medir ? — Que se entende por unidade de comprimento ? 97. — De que especie deve ser a unidade de medida ? 98. — Que é o systema metrico decimal ? — Que medidas comprehende ? 99. — Que são os multiplos da unidade. ? E os submultiplos ? 100. — Quaes são as unidades principaes do systema metrico ? 101. — Com que palavra se indicam os multiplos ? E os submultiplos ? 102. — Porque estas medidas se chamam decimaes ? 103. — Que é o metro ? 104. — Que são medidas effectivas ?

## Exercicios sobre os multiplos e submultiplos

**Escrever os numeros seguintes com algarismos, referindo-os á unidade.**

**728.** — 1.° Dois hectos, tres decas e nove unidades ; 2.° cento e dozoito unidades ; 3.° um hecto e um deca.

**729.** — 1.° Quatro myrias, doze hectos, quatro decas e duas unidades ; 2.° tres myrias, sete kilos, nove hectos e seis decas ; 3.° setenta myrias, dois kilos, tres hectos e trinta e seis unidades.

**730.** — 1.° Quatro myrias, dois hectos ; 2.° sete hectos e um deca ; 3.° seis myrias, um kilo, um hecto, um deca e uma unidade.

**731.** — 1.° Quinze kilos, vinte decas e oito unidades ; 2.° dois myrias, seis kilos, oito hectos e dezenove unidades ; 3.° um myria, um kilo, um hecto, um deca e uma unidade.

**732.** — 1.° Trez myrias e dois kilos, um hecto, dois decas e trez unidades ; 2.° trinta e nove kilos, vinte decas, seis unidades e tres decis ; 3.° cento e vinte e dois hectos, doze unidades e sete centis ; 4.° oitenta nove myrias e vinte e dois decas.

**733.** — 1.° Dezoito myrias, vinte hectos, trezentos e quarenta e cinco millis ; 2.° vinte decas, nove centos e noventa e nove millis ; 3.° tres kilos, nove hectos, dez centis, cinco millis ; 4.° cem hectos, dez unidades e nove decis.



**734.** — 1.° Mil cento e dois hectos, trez centis, quatro millis; 2.° cento e cincoenta kilos, vinte e cinco decas, trez decis; 3.° nove myrias, vinte e nove hectos, tresentos millis; 4.° dez myrias, cem decas e vinte e cinco millis.

**735.** — Subtrahir: 1.° 54 decas de 8 kilos; 2.° 13 decis de 21 decas; 3.° 1 hecto de 845 unidades, e determinar o resto total.

**736.** — Quaes são os productos; 1.° de 3 kilos por 5 decas; 2.° de 25 unidades por 640 centis; 3.° de 216 millis por 1 kilo; 4.° de 31 myrias por 546 decis?

**737.** — Por que numero se multiplicou: 1.° 1 hecto para se ter o producto 20000 unidades; 2.° 54 decas para se ter o producto 1658 myrias; 3.° 6 decis para se ter o producto 6 hectos.

**738.** — Por que numero se dividiu um deca para se ter o producto 25 hectos?

---

## § 2.° — Medidas lineares ou de comprimento

*164.* — A unidade principal das medidas de comprimento é o *metro*.

Para indicar que um numero exprime *metros*, usa-se a abreviação *ms*. Assim 25 metros escrever-se-á: 25 ms.

*165.* — O metro admitte todos os multiplos e todos os submultiplos; assim a serie das medidas lineares é a seguinte:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Multiplos | Myriametro | = 10000 metros, | que se abrevia | Mm. |
| | Kilometro | = 1000 » | » » » | Km. |
| | Hectometro | = 100 » | » » » | Hm. |
| | Decametro | = 10 » | » » » | Dm. |
| | ***Metro,*** unidade principal | | » » » | m. |
| Submultiplos | Decimetro | = 1/10 do metro | » » » | dm. |
| | Centimetro | = 1/100 » » | » » » | cm. |
| | Millimetro | = 1/1000 » » | » » » | mm. |

Decima parte do metro, ou Decimetro (*grandeza natural*). *Fig. A*

**166. — *Modo de escrever os numeros que exprimem medidas lineares.*** Os numeros que exprimem metros, com multiplos ou submultiplos do metro, escrevem-se como os numeros decimaes, collocando os algarismos que exprimem os metros no logar das unidades, o algarismo dos decametros no logar das dezenas, o algarismo dos hectometros no logar das centenas etc. A' direita da virgula decimal põe-se o algarismo dos decimetros no logar dos decimos, o algarismo dos centimetros no logar dos centesimos etc.

***Exemplo.*** — O numero 7 Km. 4 Hm. 4 m. 9 dm. 2 cm. 8 mm. 6 escrever-se-á: 7409ms.,286.

**167. — *Mudança de unidade.*** Póde-se tomar como unidade, qualquer uma das medidas lineares, e si, em vez do metro, toma-se um multiplo ou submultiplo como unidade, transportar-se-á a virgula para a direita do numero que representa este multiplo ou submultiplo. Tem-se portanto:

42 ms., 15 = 4 Dms., 215 = 0 Hms., 4215 = 0 Kms., 04215 = 421 dms., 5 = 4215 cms. = 42150 mms.

Fig. A

**168. —** As medidas lineares dividem-se em medidas ***ordinarias*** de comprimento e em medidas ***itinerarias***.

**169. —** As medidas ***ordinarias*** de comprimento são: o *decametro*, o *metro* e os submultiplos do metro.

Com estas medidas avaliam-se as distancias usuaes, como o comprimento dum quarto, a largura duma praça, a altura duma torre, etc.



**170. —** As medidas ***itinerarias*** são : o *hectometro*, o *kilometro* e o *myriametro*.

Com estas medidas avaliam-se as distancias geographicas, como o curso de um rio, a distancia entre duas cidades, etc.

**171. —** As medidas effectivas de comprimento são :

1.º O duplo decametro
2.º O decametro
3.º O meio decametro
4.º O duplo metro
5.º O **metro**, unidade principal
6.º O meio metro
7.º O duplo decimetro
8.º O decimetro

QUESTIONARIO

105. — Qual é a unidade principal das medidas de comprimento ? 106. — Quaes são os multiplos do metro ? E os submultiplos ? — Que é o decametro ?... o hectometro, etc? 107. — Como se escrevem os numeros que exprimem medidas lineares ? 108. — Como se dividem as medidas lineares ? 109. — Quaes são as medidas ordinarias ? 110. — Quaes são as medidas itinerarias ? 111. — Das medidas lineares quaes são as effectivas ?

## Exercicios sobre as medidas de comprimento

### Medidas ordinarias de comprimento

#### Escrever com algarismos os seguintes numeros, referindo-se ao metro

**739.** — 1.º) Cinco ms. e quatro dms; 2.º) doze ms. vinte e dois dms; 3.º) oitenta ms. e trinta e quatro mms.; 4.º) 20 ms. e cinco cms.; 5.º) quinze ms. e tres mms.; 6.º) doze ms. e cincoenta e dois mm.; 7.º) trinta cms.; 8.º) dois mms.

**740.** — 1.º) Cincoenta ms. e trinta e dois cms.; 2.º) vinte ms. e sessenta e dois mms.; 3.º) trinta e cinco ms. e quarenta cms. ; 4.º) duzentos ms. e sete mms.; 5.º) sessenta e cinco ms. e dezenove cms.; 6.º) dezeseis cms.; 8.º) sete cms.; 9.º) trez dms.; 10.º) vinte e quatro mms.

#### Ler os numeros seguintes, indicando o valor das partes decimaes

**741.** — 1.º) 4 ms., 5; 2.º) 12 ms., 25; 3.º) 43 ms., 723; 4.º) 9 ms., 1964; 5.º) 17 ms., 37042; 6.º) 23 ms., 827612 7.º) 0 m., 4; 8.º) 0 m., 05; 9.º) 0 m., 42; 10.º) 0 m., 725 ; 11.º) 0 m., 005.

**742**. — Quantos metros ha em cada um dos numeros
seguintes: 1.º) 1 Mm; 2.º) 2 Mms., 15; 3.º) 1 Km., 1; 4.º) 20
Kms., 29; 5.º) 1 Hm.; 6.º) 45 Hms.; 7.º) 1 Dm.; 8.º) 88 Dms.;
9.º) 10 Dms.; 10.º) 175 dms.; 11.º) 100 cms.; 12.º) 849 cms.; 13.º)
1000 mms.; 14.º) 7450 mms.

**743**. — Quantos decametros ha em cada um dos nu-
meros seguintes: 1.º) 1 Mm.; 2.º) 643 Mms.; 3.º) 1 Km.; 4.º)
164 Kms.; 5.º) 10 Hms.; 6.º) 11711 Hms.; 7.º) 10 ms.; 8.º) 4900
ms.; 9.º) 100 dms.; 10.º) 8006 dms.?

**744**. — Quantos decimetros ha em cada um dos nu-
meros seguintes: 1.º) 1 Mm.; 2.º) 43 Mms.; 3.º) 1 Km.; 4.º)
86 Kms.; 5.º) 1 Hm.; 6.º) 95 Hms.; 7.º) 1 Dm.; 8.º) 128 Dms.;
9.º) 1 m.; 10.º) 49 ms.; 11.º) 10 cms.; 12.º) 98 cms.; 13.º) 100
mms.; 14.º) 97 mms.?

**745**. — Quantos centimetros ha em cada um dos nu-
meros seguintes: 1.º) 1 Mm.; 2.º) 43 Mms.; 3.º) 1 Km.; 4.º)
67 Km.; 5.º) 1 Hm.; 6.º) 83 Hms.; 7.º) 1 Dm.; 8.º) 66 Dms.;
9.º) 1 m.; 10.º) 80 ms.; 11.º) 1 dm.; 12.º) 42 dms.; 13.º) 10;
mms.; 14.º) 475 mms.?

**746**. — Quantos millimetros ha em cada um dos nume-
ros seguintes: 1.º) 1 Mm.; 2.º) 46 Mms.; 3.º) 1 Km.; 4.º) 38
Kms.; 5.º) 1 Hm.; 6.º) 45 Hms.; 7.º) 1 Dm.; 8.º) 55 Dms.
9.º) 1 m.; 10.º) 47 ms.; 11.º) 1 dm.; 12.º) 148 dms.; 13.º) 1cm.;
14.º) 90 cms.?

## Medidas itinerarias

**747**. — Quantros myriametros ha em cada um dos nu-
meros seguintes: 1.º) 10 Kms.; 2.º) 7149 Kms.; 3.º) 100 Hms.;
4.º) 8413 Hms.; 5.º) 1000 Hms.; 6.º) 74 Hms., 006; 7.º) 1000
Kms.; 8.º) 478641 Kms.; 9.º) 100000 Kms.; 10.º) 842611 Hms.?

**748**. — Quantos kilometros ha em cada um dos nume-
ros seguintes: 1.º) 1 Mm.; 2.º) 43 Mms.; 3.º) 10 Hms.; 4.º)
642 Hms.; 5.º) 100 Hms.; 6.º) 4837 Hms.; 7.º) 100 Mms.;
8.º) 2346 Mms.?

**749**. — Quantos hectometros ha em cada um dos nume-
ros seguintes: 1.º) 1 Mm.; 2.º) 1 Km.; 3.º) 864 Km.; 4.º) 76
Mms.; 5.º) 10 Mms.; 9.º) 7141 Mms.; 7.º) 10 Kms.; 8.º) 2476 Kms.?

**750**. — Quantos centimetros vale um Mm.?

**751**. — Quantos metros, decametros, hectometros, ki-
lometros, myriametros, decimetros, centimetros, millimetros ha
do equador ao pólo?

**752**. — De quantos metros, decametros, etc. se com-
põe o circuito da terra?

**753**. — Quantos hectometros, decametros, centimetros
e millimetros conteem 497 ms., 75?



## Problemas sobre as medidas de comprimento

**754**. — Si são precisos para um par de calças 14 ms. de
panno de 4$720 o metro, para um collete 35 cms. de fôrro
de 3$200 o metro e para um sobretudo 24 dms. de panno
de 7$500 o metro, quanto se gasta para estas tres peças de
roupa, não considerando o feitio?

**755**. — Certa mãe de familia compra 25 ms., 20 de pan-
no de 0$600 o metro para fazer 12 camisas; pagando 2$000
pelo feitio de cada uma, quanto vêm a custar cada camisa?

**756**. — Januario fez 340 Dms. de corda em 6 dias, ga-
nhando 2$500 por hectometro; quanto ganhou por dia?

**757**. — Candido gasta 5 pares de calças por anno;
quanto lhe custa cada par si paga 2$750 pelo feitio de cada
um, sabendo-se que são necessarios, para cada um, 8 dms.
de panno de 6$800 o metro?

**758**. — Virginio faz 7 ms. de panno a 0$250 o decame-
tro; quantos dias levará para ganhar 70$000?

**759**. — Cleto e Nicodemos cortam 40 ms. de madeira
e recebem 12$000 por hectometro; quanto ganham por dia?

**760**. — De Turim a Vercelli ha 74 Kms.; a Tortona 11
Mms. 60, a Voghera 13 Mms. 30, a Savona 157 Kms.; a
Novara 960 Hms., a Nice 227 Kms., a Genova 17 Mms., 8,
a Cuneo 820 Hms., a Aosta 124 Kms., e a Alexandria 9400
Dms.; quanto tempo gastaria um correio para levar a cor-
respondencia em cada uma destas cidades, suppondo que
faça 12 Kms. por hora?

**761**. — Uma estrada de 54 Mms. de comprimento é con-
servada por varios calceteiros, cada um dos quaes se encar-
rega de 27 Hms; quantos são os calceteiros?

**762**. — Dois viajantes partem de Turim, em *diligencia*, ás
6 horas da tarde, um para Ivrea, distante 54 Kms. de Turim
outro para Mondovi distante de 86 Kms.; quando chegarão
aos seus respectivos termos si percorrerem 80 Kms. por hora?

**763**. — Sabendo que o som percorre 340 ms. por segun-
do, pergunta-se a que distancia se acha um canhão, cuja ex-
plosão foi ouvida 15 segundos depois de ser observada a
fumaça?

**764**. — Um barco a vapor faz 35 Dms. por minuto;
quantos myriametros fará em 16 dias?

**765**. — A galeria dos Alpes Cenisios, que dista 86 Kms.
de Turim e 99 Kms. de Ciamberi, tem 12500 ms. de compri-
mento; em quanto tempo o viajante vae de Turim a Ciamberi,
si o trem percorre 30 Kms. por hora?

## § 3.° Medidas de superficie

172. — A unidade principal das medidas de superficie é o *metro quadrado*, isto é, um quadrado que tem um metro de cada lado.

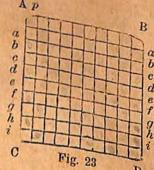
173. — O metro quadrado admitte todos os multiplos e submultiplos; assim a serie das medidas de superficie é a seguinte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplos | *Myriametro quadrado* | que se abrevia | Mm. q. |
| | *Hectometro quadrado* | » » » | Hm. q. |
| | *Kilometro quadrado* | » » » | Km. q. |
| | *Decametro quadrado* | » » » | Dm. q. |
| | ***Metro quadrado*** | » » » | m. q. |
| Submultiplos | Decimetro quadrado | » » » | dm. q. |
| | Centimetro quadrado | » » » | cm. q. |
| | Millimetro quadrado | » » » | mm. q. |

Todas estas medidas são quadrados, cujos lados tem respectivamente: um myriametro, um kilometro, etc.

174. — *Relação entre as unidades de superficie.*

*Cada unidade de superficie contem cem vezes a unidade immediatamente inferior*, o que equivale a dizer que:

Fig. 23

o Mm. q. = 100 Km. q.,
o Kmq. = 100 Hm. q., etc.

Com effeito, seja A B C D um quadrado, tendo um metro de lado. Dividindo-se os lados oppostos A C e B D em 10 partes eguaes, e traçando-se as rectas *aa*, *bb*, etc., o quadrado será decomposto em 10 rectangulos eguaes A B *a a*, que teem um metro de base e um decimetro de altura. Dividindo-se, depois, em 10 partes eguaes os lados A B e C D e ligando os pontos de divisão com linhas rectas, cada um dos 10 rectangulos será decomposto em 10 quadrados eguaes A *p a p*, os quaes terão um decimetro de lado. Assim, pois, o metro quadrado contem 100 decimetros quadrados.



A mesma demonstração se faz para as outras unidades, em que se suppõe que os lados do quadrado A B C D sejam successivamente um decametro, um hectometro, um decimetro, etc.

175. — ***Observação***. Cumpre não confundir o *decimetro quadrado* com o *decimo do metro quadrado*, pois o primeiro é *centesima* parte do metro quadrado, ao passo que o segundo é a *decima parte*. Egual observação faz-se relativamente ao decimetro quadrado e ao millimetro quadrado.

176. — ***Modo de escrever os numeros que indicam superficie.*** Visto que cada unidade de superficie contem 100 unidades da especie immediatamente inferior, segue-se que unidades duma mesma especie se exprimem com *dois algarismos*.

Seja, por exemplo, uma superficie de 24 m. q. e 5 dm. q.

Pois se o decimetro quadrado é um *centesimo* do metro quadrado, tomando-se este ultimo como unidade, 5 dm. q. serão 5 *centesimos*; assim a superficie proposta escrever-se-á: 24 m.q., 05.

Pela mesma razão o numero 78 Dm.q. 9 dm.q. 52 cm.q. escrever-se-á, tomando o decametro quadrado como unidade: 78 Dm.q., 000952.

177. — ***Mudança de unidade***. Quando uma superficie é avaliada por meio de uma especie de unidade, póde-se, por uma simples transposição da virgula, referil-a a uma outra unidade; basta,

para isso, pôr a virgula depois do ultimo dos dois algarismos correspondentes á nova unidade. Assim: 78 Dm.q.,000952 = 7800m.q.,0952 = 0 Hm.q.,78000952.

***178.* — *Modo de lêr um numero indicando medida de superficie*.** Seja um numero indicando uma superficie avaliada em metros quadrados e submultiplos do metro quadrado por exemplo,

534m.q., 7862

A parte á esquerda da virgula lêr-se-á 534m.q. ou 5 Dm.q. e 34 m.q.

A parte á direita da virgula póde-se lêr 7862 cm.q. ou 78 dm.q. e 62 cm. q.

***Observação.*** — Si é impar o numero dos algarismos decimaes, accrescenta-se um zero á direita destes. Assim, querendo lêr o numero 8 m.q., 035, escrever-se-á primeiramente 8 m.q., 0350 e ler-se-á, então 8 m.q. 3 cm.q. 50 m.m.q.

***179.*** — As medidas de superficie dividem-se em tres classes: medidas ***ordinarias*** de superficie, medidas ***topographicas*** e medidas ***agrarias***.

***180.*** — As medidas ordinarias de superficie são o *metro quadrado* e seus submultiplos.

Esta cathegoria de medidas adoptam-se para avaliar superficies usuaes, como a superficie de um muro, de um quarto, etc.

***181.*** — As medidas ***topographicas*** são: o *hectometro quadrado*, o *kilometro quadrado* e o *myriametro quadrado*.

Com estas medidas avaliam-se as extensões vastas, como a superficie de um paiz, de uma provincia etc.

## Medidas agrarias

***181.*** — Chamam-se ***agrarias*** as medidas de superficie que se adoptam para avaliar a extensão dos terrenos como, por exemplo, a area de uma fazenda.



***183.*** — A unidade das medidas agrarias é o *decametro quadrado*, que se chama ***are***.

O are admitte um unico multiplo, que é o ***hectare*** e um unico submultiplo, que é o ***centiare***.

O ***hectare*** contem 100 ares, ou 100 decametros quadrados; equivale, pois, ao *hectometro quadrado*.

O ***centiare*** é a centesima parte do are, ou $^1/_{100}$ do decametro quadrado; equivale, pois, ao *metro quadrado*.

***184.*** — As unidades agrarias são, pois, as seguintes:

*Hectare* = 100 ares . . . . . = 1 Hm. q. e se abrevia **Ha.**
***are*** unidade . . . . . . . . = 1 Dm. q. » » » **a.**
*Centiare* = $^1/_{100}$ do are . . . = 1 m. q. » » » **ca.**

Será facil agora referir ás medidas agrarias um numero expresso em quaesquer medidas de superficie, e reciprocamente. Si, por exemplo, a area de um campo é de 726 Dm. q., 09 ter-se-á: 726 Dm. q., 09 = 726 a., 09 = 72609 ca = 7 Ha., 2609 7.

### QUESTIONARIO

112.—Qual é a unidade principal das medidas de superficie? 113. — Quaes são os multiplos do metro quadrado?... E os submultiplos? — Que é o decametro quadrado?... O hectometro quadrado? 114. — Que relação ha entre as unidades de superficie? 115. — Que differença existe entre o decimetro quadrado e o decimo do metro quadrado? 116. — Escreva numeros indicando superficies? 117. — Refira estes numeros successivamente ás diversas unidades? 118. —Em quantas classes se dividem as unidades de superficie? 119.— Quaes são as medidas ordinarias? 120. — Quaes são as medidas topographicas? 121.—Quaes são as medidas agrarias? 122. — Qual é a sua unidade? 123. — Que é o are? — O hectare? — O centiare?

## Exercicios sobre as medidas de superficie

### Escrever com algarismos os seguintes numeros, referindo-os ao metro quadrado

**766.** — 1.º) Oito m. q., vinte dm. q.; 2.º) dezeseis m. q. quatro dm. q.; 3.º) doze m. q.; 4.º) trinta e dois dm. q.

5.°) cinco m. q., sete dm.q.; 6.°) oito m. q., quotrocentos
e dois cm. q.; 7.°) tres m. q., dois mil tresentos e seis cm.q.;
8.°) tresentos e dezesete cm. q.

**767**. — 1.°) Cinco m. q., trinta e dois dm. q.; 2.° ) oito
m. q., tres dm. q.; 3.°) sete m. q., duzentos e dezoito cm. q.;
4.° nove m. q., oitocentos cm. q.; 5.°) dois mil tresentos
e nove cm. q.; 6.°) quatro cm.q.; 7.°) dezesete mm. q.

**768**. — Tres m. q., cento e vinte e tres mil, duzentos e
dezeseis mm. q.; 2.°) quatro m. q., dois mil e quatro mm. q.;
3.°) vinte e sete mm. q.; 4 °) trez dm. q.; 5.°) dezoito
cm. q.; 6.°) treze mm. q.; 7.°) tresentos e dez cm. q.; 8.°)
dezenove mil e quatro mm. q.

### Ler os numeros seguintes, indicando o valor dos algarismos decimaes

**769**.—1.°) 4 m. q., 42 : 2.°) 8 m. q., 04 ; 3.°) 17 m. q., 4;
4.°) 18 m. q., 68785 ; 5.°) 9 m. q., 0614 ; 6.°) 3 m. q., 007;
7.°) 11 m q., 0006; 8.°) 12 m. q., 0002.

**770**. — 1.°) 42 m. q., 678968 ; 2.°) 4. m. q., 00074 : 3.°)
9 m. q., 90006 ; 4.°) 22 m. q., 134 ; 5.°) 3. m. q., 813 ; 6.°)
0 m. q., 123 ; 7.°) 0 m. q., 00006 ; 8.°) 0 m. q., 000007.

**771**. — Quantos m. q. ha em cada um dos numeros se-
guintes : 1.°) 100 dm q.; 2.°) 786 dm. q.; 3.°) 10000 cm. q.;
4.°) 481002 cm. q.; 5.°) 100000 mm. q. 6.°) 4321128 mm. q.?

**772**. — Quantos Dm. q. ha em cada um dos numeros
seguintes ; 1.°) 100 m. q.; 2.°) 19990 m. q.; 3.°) 10000 dm.
q.; 4.°) 956891 dm. q ; 5.°) 1000000 cm. q.; 6.°) 4267489
cm. q.; 7.°) 100000000 m. m. q.; 8.°) 874000415 mm. q.?

**773**. — Quantos dm. q. ha em cada um dos numeros
seguintes ; 1.°) 1 m. q.; 2.°) 26 m. q.; 3.°) 100 cm. q.;
4.) 8474 cm. q.; 5.°) 10000 mm. q.; 6.°) 126419 mm. q.?

**774**. — Quantos cm. q. ha em cada um dos nu-
meros seguintes : 1.°) 1 m. q.; 2.°) 47 m. q.; 3.°) 1 dm. q.;
4.°) 8474 dm. q.; 5.°) 100 mm. q.; 6.°) 145789 mm. q.?

**775**. — Qual é a decima parte de um metro quadrado?

**776**. — Qual é a centesima parte de um metro quadrado
de um decimetro quadrado e de um millimetro quadrado.

**777**. — A que equivale a 50ª parte do cm. q. e a 20ª
parte de um m. q.

**778**. — Quantos mm. q. fazem a 100ª parte dum m. q.?

**779**. — Reduzir : 1.°) 37 m. q., a dm. q.; 2.°) 6 m. q.
a mm. q.; 3.°) 6 dm. q. a fracção de.m. q.; 4.°) 33 cm.
q. a fracção de m. q.; 5.°) 8756453 cm. q a m. q.



## Exercicios sobre as medidas topographicas

### Escrever com algarismos os numeros seguintes, referindo-os ao kilometro quadrado

**780**. — 1.°) Quatro Mm. q., doze Km.q., 2.°) tres Mm.
q., nove Km. q., vinte e seis Hm, q.; 3.°) dois Km. q., tres
Hm. q.; 4.°) nove Mm, q., dezesete Hm. q.; 5.°) quinze Mm.
q., dezoito Hm. q.; 6.°) mil cento e dezenove Hm. q.; 7.°)
tresentos e quinze Km. q., dois Hm. q.; 8.°) cento e vinte e
sete Hm. q.,

### Ler os seguintes numeros, indicando o valor dos algarismos decimaes.

**781**. — 1.°) 5 Mm. q., 42 ; 2.°) 16.Mm. q., 7 ; 3.°) 4 Mm.
q., 1465 ; 4.°) 19 Mm. q.. 4; 5.°) 23 Mm. q., 625 ; 6.°) 7 Mm.
q., 0040 ; 7.°) 2 Mm. q., 75 ; 8.°) 3 Mm. q., 6007.

**782**. — Quantos Mm. q. ha em cada um dos numeros
seguintes : 1.°) 100 Km. q.; 2.°) 462 Km. q.; 3.°) 10000 Hm. q.;
4.°) 141268 Hm. q.?

**783**. — Qantos Km. q. ha em cada um dos numeros
seguintes : 1.°) 100 Hm. q.; 2.°) 1401 Hm. q.; 3.°) 10000 Mm.
q.; 4.°) 769363 Mm. q.?

**784**. — Quantos Hm. q. ha em cada um dos numeros
seguintes : 1.°) 1000 Km. q.; 2.°) 9674 Km. q.; 3.°) 10 Km. q.;
4.°) 9012 Mm. q. ?

**785**. — Pede-se em Km. q., a superficie de quatro muni-
cipios, o primeiro dos quaes tem 14 Km. q. 92 Km. q.; o 2.°)
15 Km. q. 97 Km. q.; o 3.°) 17 Km. q. 9 Hm. q.; e o 4.°)
16 Km. q., 67 Hm. q.;

**786**. — De 14 Mm. q. 15 Km. q. subtrahir 9 Mm. q.,
27 Km. q. e enunciar o resto.

**787**. — Si 8 municipios tem cada um 18 Km. q. 76 Hm. q.
qual é a sua superficie total.

**788**. — Reduzir 654 Mm. q. a Km.q. e a Hm.q.

**789**. — Quantos mm.q. e Km.q. vale 1 Mm.q.?

## Exercicios sobre as medidas agrarias.

### Escrever com algarismos os numeros seguintes referindo-os ao are

**790**. — 1.°) Cento e doze Ha.; 2.°) dezenove mil e vinte
e nove a., oito ca ; 3.°) mil Ha. doze a, vinte ca.; 4.°) trin-
ta e seis mil noventa e nove a. cinco ca.

**791.** — 1.º) Vinte e cinco Ha., seis a.; 2.º) doze Ha.,
quinze a., vinte e cinco ca.; 3.º) cento e seis Ha., quatro a.,
cinco ca.; 4.º) doze mil Ha., seis ca.; 5.º) cento e vinte e
oito a., nove ca.; 6.º) quatorze mil Ha., cento e dezesete ca.;
7.º) mil quinhentos e vinte a.; 8.º) cincoenta mil Ha., vinte e
seis ca.

**Ler os numeros seguintes, indicando o valor das partes decimaes**

**792.** — 1.º) 25,75 Ha., 2.º) 604,568 Ha.; 3.º) 75 Ha.;
4.º) 74,268 Ha.; 5.º) 19,0101 Ha.; 6.º) 48,75 Ha.; 7.º) 135,4 a.
8.º) 18,567 Ha.

**763.** — Quantos ares ha em cada um dos numeros se-
guintes: 1.º) 1 Ha. 2.º) 2,271 Ha.; 3.º) 100 ca.; 4.º) 7,427 ca.?

**794.** — Quantos Ha. conteem os numeros seguintes: 1.º)
100 ares; 2.º) 1829 ares; 3.º) 10000 ca.; 4.º) 1467894 ca.?

**795.** — Quantos ca. ha em cada um dos numeros se-
guintes: 1.º) 1 Ha.; 2.º) 25 Ha.; 3.º) 1 are; 4.º) 128 ares?

**796.** — Sommar os seguintes numeros e indicar o to-
tal: 1.º) 275 Ha.; 2 ares, 35 ca.; 2.º) 6384 Ha, 42 ares; 23 ca.;
3.º) 6601 Ha, 29 ares 3 ca.

**797.** — Quantos hectares, ares e centiares ha nos se-
guintes terrenos: 1.º) um bosque de 45 Ha. e 42 ares; 2.º)
um campo de 86 Ha. e 55 ares; 3.º) um pomar de 68 Ha. e
7 ca.?

**798.** — Qual é a differença entre a superficie de um
campo que mede 8 Ha. e 26 ca. e um outro de 875 ares?

**799.** — Reduzir 1.º) 75402 ares a Ha.; 2.º) 3965 Ha.
a ca.; 3.º) 8642043 Dm. q. a Ha.; 4.º) 845679 m. q. em ares?

**800.** — Quantos cm. q. vale o ca.?

**801.** — Quantos dm. q. vale a decima millesima parte
de um are?

**802.** — Como se chama a decima millesima parte
dum Ha.

## § 4.º — Avaliação das superficies

*185.* — Medir uma superficie significa procurar quantas vezes ella contem o metro quadrado ou um seu multiplo ou submultiplo.

*186.* — O numero das unidades quadradas contidas na figura medida chama-se a ***area*** desta figura.



*187.* — Parece natural que, para obter a area de um plano, se deva adaptar successivamente sobre elle o metro quadrado, e contar quantas vezes esta unidade nelle se contem, como se faz na medição de uma linha. Este processo não é, porém, praticavel, e a geometria fornece methodos bem mais simples e mais exactos.

Adopta-se para medida effectiva o metro linear em vez do metro quadrado. Com o metro linear medem-se as duas dimensões da figura a avaliar; depois, executando certos calculos sobre os numeros de unidades lineares resultantes desta medição, obtem-se um numero de unidades quadradas que exprime a area da figura.

Dar-se-á o modo de obter a area das figuras mais usuaes.

### Quadrado

*188.* — Para obter a area dum quadrado, multiplica-se um lado por si mesmo.

*1.º Exemplo.* Seja um quarto de forma quadrada, que tenha 6 metros de lado; a area deste quarto será: 6ms.$\times$6ms.=36m.q.

*2.º Exemplo.* Seja um campo de formá quadrada, cujo lado tenha 42 Dm.,6; a area do campo será: 42. Dm.,6$\times$4Dm.,6.=1814Dm.q.,76=1814 ares, 76.

*189.* — O producto que se obtem multiplicando um numero por si mesmo, chama-se ***quadrado*** deste numero.

Assim *9* é o quadrado de 3; 64 é o quadrado de 8; 100 é o quadrado de 10, etc.

### Rectangulo, losango, parallelogrammo propriamente dito

*190.* — A area do rectangulo, do losango e o parallelogrammo propriamente dito obtem-se multiplicando a base pela altura.

*Exemplo* — Deseja-se calçar um pateo com pedras quadradas, que teem um metro de lado; quantas pedras são necessarias, sabendo-se que o pateo mede 124 ms. de comprimento e 5 ms. de largura.

Cada pedra tendo um metro quadrado, o numero de pedras será expresso pelo numero de metros quadrados que indicam a area do pateo; ora sendo elle um rectangulo, tem-se:

Area = 124ms. × 5ms.=620m.q.

620 pedras são, pois, necessarias.

## Triangulo

*191.* — A area do triangulo obtem-se multiplicando a base pela metade da altura; ou multiplicando a altura pela metade da base; ou ainda multiplicando a base pela altura e dividindo o producto por 2.

*Exemplo*. Qual é a area de um triangulo que teem 36ms. de base e 19ms. de altura?

1.º *modo*: area = 36 × (19 ÷ 2) = 36 × 9,5 = 342m.q.
2.º *modo*: area = 19 × (36 ÷ 2) = 19 × 18 = 342m.q.
3.º *modo*: area = (36 × 19) ÷ 2 = 684 ÷ 2 = 342m.q.

## Trapezio

*192.* — A area do trapezio obtem-se multiplicando a semi-somma das duas bases pela altura.

*Exemplo.* — Determinar a area duma quinta tendo a forma de trapezio, cujas bases medem, uma 84ms.,60 e a outra 53ms.,40, e altura 68ms.

Somma das bases = 84ms., 60 + 53ms.,40 = 138ms.

Semi-somma das bases = $\frac{138ms.}{2}$ = 69ms.

Area = 69ms. × 68ms. = 4696m.q. = 46 ares, 92.

## Outros polygonos

*193.* — A area dum ***polygono regular*** obtem-se multiplicando o perimetro pela metade do apothema.



*Exemplo.* — Calcular a area dum ***hexagono regular*** cujo lado mede 6ms., sabendo-se que, em tal caso o apothema resulta egual a 5 ms., 196.

Perimetro 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36ms.
Metade do apothema = 5ms.,196 ÷ 2 = 2ms.,598
Area = 36ms., × 2ms.,598 = 93m.q.,5280.

*194.* — Para se obter a area dum ***polygono irregular***, divide-se-o primeiramente em triangulos, traçando diagonaes por um mesmo vertice; avalia-se, depois, a area de cada triangulo separadamente, fazendo-se, então, a somma das areas obtidas.

## Circulo

*195.* — ***Raio e diametro.*** Conhecendo o raio dum circulo, obtem-se o diametro multiplicando o raio por 2.

Conhecendo o diametro, obtem-se o raio dividindo o diametro por 2.

*196.* — ***Diametro e circumferencia.*** Conhecendo o diametro dum circulo, obtem-se a circumferencia multiplicando o diametro por 3,1416.

Conhecendo a circumferencia, obtem-se o diametro dividindo a circumferencia por 3,1416.

***Observação*** — Este numero fixo 3,1416 é a ***relação*** approximada entre a circumferencia e seu diametro. Quando o raio do circulo é pequeno, e não se requer muita exactidão no resultado dos calculos, póde-se tomar simplesmente 3,14 ou $\frac{22}{7}$.

*197.* — ***Area.*** A area do circulo póde se obter de dois modos: — 1.º Multiplicando a circumferencia pela metade do raio. — 2.º Multiplicando o quadrado do raio por 3,1416.

1.º *Exemplo.* — Qual é a area do circulo que tem 12 metros de raio?

1.° *modo*: Diametro = 12ms. × 2 = 24ms.
Circumferencia = 24ms. × 3,1416 = 75ms.,3984.
Area = 75ms.,3984 × 6ms. = 452m.q.,3904.
2.° *modo*: Quadrado do raio = 12ms. × 12ms. = 144m.q.
Area = 144m.q. × 3,1416 = 452.mq.,3904.

2.° *Exemplo*. — Qual é area dum circulo que tem 60ms. de circumferencia?

1.° *modo*: Diametro = 60m. × 3,1416 = 19m.,10 (approximadamente)
Raio = 19m., 1082 = 9m.,55
Metade do raio = 9m.,55 ÷ 2 = 4m.,775
Area = 60ms. × 4m.,775 = 286m.q.,50.
2.° *modo*: Quadrado do raio = 9m.,55 × 9m.,55 = = 91m.q.,2025
Area = 91m.q.,2025 × 3,1416 = 286m.q.,5217.

QUESTIONARIO

124. — Como se obtem a area do quadrado? 125.—Que é o quadrado de um numero? 126.—Como se obtem a area do rectangulo, do losango, do parallelogrammo? 127. — Como se obtem a area do triangulo? 128.—Como se obtem a area do trapezio? 129. — Como se obtem a area dum polygono regular? 130.—Como se obtem a area dum polygono irregular? 131.—Como se obtem a area do circulo?

## Exercicios sobre a avaliação da superficie

**803**. — Qual é a superficie dum terreno de forma quadrada que tem 20ms. de lado?

**804**. — Qual é a superficie de um jardim formando um rectangulo de 40ms. de comprimento e 30ms. de largura?

**805**. — Determinar a superficie dum campo formando um triangulo de 60ms.,20 de base sobre 48 ms.,30 de altura.

**806**. — Procurar a superficie dum terreno formando um trapezio cujos lados medem, um 34ms., outro 56ms. e cuja altura é de 25ms.

**807**. — Achar a superficie de um jardim cuja forma é a de um losango tendo 44ms.,70 de largura sobre 38ms.,40 de altura.

**808**. — Qual é o lado dum terreno quadrado que tem 1020ms. de circuito?

**809**. — Determinar a circumferencia de um circulo de 0m.,5 de raio.

**810**. — Qual é a circumferencia dum circulo de 20ms. de diametro?



**811**. — Ache-se a superficie dum circulo de 24ms. de diametro.

**812**. — Dizer qual é o diametro dum circulo de 44ms. de circumferencia.

**813**. — Qual é o raio dum circulo de 350ms. de circumferencia?

## Problemas sobre a avaliação das superficies

**814**. — Um pae e seus dois filhos pintaram as paredes de uma sala com 18ms.,50 de comprimento, 14ms. de largura e 7ms. de altura. O pae fazia 2m.q.,70 de trabalho por dia e dos filhos, um fazia 2m.q.,30 por dia e o outro 2m.q.; quantos dias empregaram?

**815**. — Gentil tem um pedaço de terra de 10 Ha., que lhe dá annualmente 30 barris de vinho de 5Hl. cada um e que elle vende a 22$000 o Hl. quanto ganha elle por Ha. si a despeza do cultivo é de 1:430$000?

**816**. — Damaso aluga um armazem a 16$800 o metro quadrado por anno, e um escriptorio a 9$400 o m.q.; o armazem tem 6ms.,50 de comprimento e 5ms.,40 de largura; o escriptorio tem 5ms.,20 de comprimento e 4ms.,10 de largura; quanto vae pagar annualmente?

**817**. — Qual é a superficie duma adega alugada a 1$500 o m.q., sabendo-se que, por anno, se pagou um total de 315$000?

**818**. — O aluguel annual de um campo quadrado de 243ms. de lado sobe a 354$000; em quanto vae importar o hectare?

**819**. — Aurelio tem 4 terrenos, que aluga a 64$500 o Ha.; os dois primeiros formam cada um um trapezio, cujas bases medem, uma 230ms., a outra 190ms. e altura é de 150ms; o terceiro é um triangulo de 460ms. de base e 302ms. de altura; o ultimo é circular com um raio de 156ms. Quanto lhe rendem ao todo.

## § 5.° Medidas de volume

*198*. — A unidade principal das medidas de volume é o *metro cubico*, isto é, um cubo que tem um metro de aresta.

*199*. — O metro cubico admitte todos os multiplos e submultiplos; a serie das medidas de volume é, pois, a seguinte:

Multiplos:
*Myriametro cubico*, que se escreve abreviadamente Mm. c.
*Kilometro cubico* » » » » Km. c.
*Hectometro cubico* » » » » Hm. c.
*Decametro cubico*, » » » » Dm. c

**Metro cubico** » » » » m. c.

Submultiplos:
*Decimetro cubico* » » » dm. c.
*Centimetro cubico* » » » » cm. c.
*Millimetro cubico* » » » mm. c.

Todas estas medidas são cubos de arestas respectivamente eguaes a um myriametro, um kilometro, um decametro, um metro, um decimetro, etc.

Na pratica só se adoptam o metro cubico e os seus submultiplos.

**200.** — ***Relação entre as unidades de volume***. Cada unidade de volume contem 1000 vezes a unidade immediatamente inferior.

Com effeito seja A B C D E F G H um cubo tendo um metro de aresta. A base A B C D que é um quadrado póde-se decompôr em 100 decimetros quadrados (174). Si, sobre cada um destes quadrados, collocarmos um decimetro cubico, a base total cobrir-se-á de uma fiada de 100 decimetros cubicos (como mostra a figura), o qual tendo sómente um decimetro de altura, deixa na capacidade do metro cubico o logar para outras nove fiadas eguaes. Donde se vê que o metro cubico contem 100 × 10 = 1000 decimetros cubicos.

A mesma demonstração vale para as outras unidades, em que se supponha as arestas do cubo A B C D E F G H successivamente eguaes a um decametro, um decimetro, etc.

**201.** — ***Observação***. Cumpre não confundir o *decimetro cubico* com o *decimo do metro cubico*, pois o segundo contem 100 vezes o primeiro. Observação analoga relativamente ao centimetro e ao millimetro cubicos.

**202.** — ***Modo de escrever os numeros indicando volumes***. Cada unidade de volume contendo 1000 unidades da especie immediatamente inferior, segue-se que as unidades duma mesma especie se devem exprimir com *tres algarismos*.

Seja um volume de 12 m. c. e 7 dcm. Ora, sendo o decimetro cubico, *um millesimo* do metro cubico, tomando-se este como unidade, os 7 dm. c. serão 7 *millesimos*; o volume proposto escrever-se-á, pois, 12 m.c., 007.

Analogamente se procede para com o numero 9m.c. 25cm.c. e 6 mm.c. e escrever-se-á 9dm.c., 025025006.

**203.** — ***Mudança de unidade***. Quando um volume é avaliado em uma das unidades acima definidas, póde-se referil-o a uma outra unidade transportando a virgula tres algarismos para a direita ou para esquerda conforme se queira exprimir o volume em submultiplos ou multiplos desta unidade. Tem-se, por exemplo,

9m.c., 025006042 = 9025dm.c.,006042 = 9025006cm.c.,042 = 0 Dm.c, 009025006042 = 0Hm.c.,000009025006042.

**204.** — ***Modo de ler um numero indicando medidas de volume***. Seja um numero exprimindo o volume de um solido, avaliado em metros cubicos e submultiplos do metro cubico: por exemplo, 43 m. c., 075621.

A parte á esquerda da virgula lê-se 43m.c.

A parte á direita da virgula póde-se lêr 75621 cm.c. ou 75 dm.c. e 621cm.c.

*Advertencia*. A parte á direita da virgula se lê por periodos de tres algarismos; si, portanto, o ultimo periodo não tivesse sinão um ou dois algarismos, escrever-se-iam dois ou um zero á sua direita. Assim o numero 9m. c. 4765, escrever-se-á 9m.c. 476500, lendo-se, então, 9m.c. 476dm.c. e 500cm.c.

## Medidas para lenha e outros combustiveis solidos

***205***. — Para a lenha e outros combustiveis solidos, como o carvão, a palha, etc., o systema metrico possue medidas especiaes de volume que são:
*Unidade: o estere* = 1 metro cubico e abrevia-sa est.
*Multiplo: o decastere* = 10 estereos » » Dt.
*Submultiplos: o decistere* = $^1/_{10}$ de estereo » » dt.

***206***. — O decastere, o estere e o decistere sendo medidas de 10 em 10 vezes maiores uma do que a outra, os numeros que as exprimem escrevem-se e se leem como os que indicam unidades lineares. Por exemplo, o numero 8 Dts. 7 est. e 5 dt. escrever-se-á 8Dts.,75 ou 87est., 5.

***207***. — As medidas effectivas de volume são: *O estere, o duplo-estere, o meio-estere e o meio-decastere.*

***Observação***. No nossso paiz as unidades mais empregadas são o *estere* e o *meio-estere*; na Europa a lenha é avaliada a peso, geralmente.

### QUESTIONARIO

132. — Qual é a unidade das medidas de volume? 133. Quaes são os multiplos e submultiplos que o metro cubico admitte? Que é o metro cubico? — O decimetro cubico? — O centimetro cubico etc.? 134. — Que relação ha entre as medidas de volume? 135. — Que differença existe entre o decimetro cubico e o decimo do metro cubico? 136. — Quaes são as medidas adoptadas para lenha e outros combustiveis solidos? 137. — Quaes são as medidas effectivas de volume?



## Exercicios sobre as medidas ordinarias de volume

### Escrever com algarismos os numeros seguintes, referindo-os ao metro cubico.

**820**. — 1.º) Quatro m.c., trezentos e onze dm.c. 2.º) doze m.c., duzentos dm.c.; 3.º) vinte m.c., trinta dm.c.; 4.º) quinze m.c., tres dm.c.; 5.º) cinco m.c., duzentos e dezenove mil tresentos setenta e seis cm.c.; 6.º) sete m.c., dois mil e seis cm.c.; 7.º) oito m.c., vinte mil e tresentos c.m.; 8.º) dezeseis m.c., trinta e dois cm.c.

**821**. — 1.º) Nove m.c., quatorze mm.c.; 2.º) onze m.c., tresentos e dois mil e oito mm.c.; 3.º) quatorze m.c., cento e vinte milhões duzentos mil e quatrocentos mm.c.; 4.º) vinte e seis m.c., cinco mil e tres mm.c.; 5.º) doze cm.c.; 6.º) mil e dois mm.c.; 7.º) quatro dm.c., cincoenta cm.c.; 8.º) vinte e seis cm.c., quinze mm.c.; 9.º) sete mm.c.

### Lêr os numeros seguintes indicando o valor das partes decimaes.

**822**. — 1.º, 4m.c., 674 ; 2.º) 14 m.c., 8 ; 3.º) 7 m.c. 27 ; 5.º) 3 m.c., 642 ; 5.º) 11 m.c., 764231 ; 6.º) 94 m.c , 4678 ; 7.º) 4 m.c., 04065 ; 8.º) 9 m.c., 000764.

**523**. — 1.º) 7 m.c., 000009 ; 1.º) 6 m.c., 426786478 ; 3.º) 2 m.c., 0000005 ; 4.º) 8 m.c., 00606075 ; 5.º) 4 m.c., 00000746 ; 6.º) 0 m.c., 004506 ; 8.º) 0 m.c., 00009 ; 9.º) 0 m.c., 06742185 ; 19.º) 0 m.c., 00006008.

**824**. — Quantos metros cubicos ha nos seguintes numeros: 1.º) 1000 dm.c.; 2.º) 4687 dm.c.; 3.º) 1000000 dm.c.; 4.º) 18214573 cm.c.; 5.º) 1000000000 mm.c.; 6.º)...45327771111 mm.c.?

**825**. — Quantos decimetros cubicos ha nos numeros seguintes: 1.º) 1 m.c.; 2.º) 12 m.c.; 3.º) 1000 cm.c.; 4.º) 21412 cm c.; 5.º) 1000000 mm.c.; 6.º) 121141212 mm.c.?

**826**. — Quantos centimetros cubicos ha nos numeros seguintes: 1.º) 1 m.c.; 2.º) 25 m.c.; 3.º) 1 dm.c.; 4.º) 42 dm.c.; 5.º) 1000 mm.c. 6.º) 74111 mm.c ?

**827**. — Quantos millimetros cubicos ha nos seguintes numeros: 1.º) 1 m.c.; 2.º) 47 m.c.; 3.º) 1 dm.c.; 4.º) 39 dm.c.; 5.º) 1 cm.c.; 6.º) 757 cm.c.?

**828**. — Pede-se o total de metros cubicos de tres mezas de marmore tendo a 1.ª 165468 cm.c., a 2.ª 101460 cm.c. e a 3.ª 111188 cm.c.

**829**. — Dar o total dos quatro numeros seguintes: 1.º)
4 m.c. e 5 cm.c.; 2.º) 9 m.c. e 37 mm.c.; 3.º) 12 m.c. e 14
dm.c.; 4.º) 6746 mm.c.

**830**. — Quantos cm.c. vale a decima millesima parte de
um m.c.?; quantos m.m.c. vale a decima parte do dm.c.?;
quantos decimetros e centimetros cubicos vale a quinqua-
gesima parte dum m.c.?

**831**. — Quantos mm.c. vale: 1.º) a 10.ª a 100.ª e a 1000.ª
parte do metro cubico? 2.º) a 10.ª a 100.ª e 1000.ª parte do
decimetro cubico? 3.º) a 10.ª a 100ª e a 1000ª parte do cm.c.

## Exercicios

Escrever os numeros seguintes com algarismos, referindo-os ao estere

**832**. — 1.º) vinte e seis ests. e oito dts.; 2.º) trinta e
dois ests. e cinco dts.; 3.º) quarenta e quatro ests, e nove
dts.; 4.º) quinze Ds. e vinte e tres ds.; 5.º) cento e vinte e
nove ests. e tres dts.; 6.º) vinte e nove ests. e cinco dts.;
7.º) trinta ests. e oitenta dts.; 8.º) sete Dts. e 8 dts.

Lêr os numeros seguintes, indicando o valor das partes decimaes

**833**. — 1.º) 426 ests., 7; 2.º) 764 ests., 2; 3.º 678 Dts., 25;
4.º) 0 ests., 6; 5.º) 0 Dt 36; 6.º) 401 ests., 2;

**834**. — Quantos esteres ha em cada um dos numeros
seguintes: 1.º) 1 Dts. 2.º) 28 Dts. 3.º) 10 dts. 4.º) 57 dts?

**835**. — Quantos decimetros cubicos ha em 3 ests. 4 dts?

**836**. — Reduzir: 1.º) 69 ests. em Dts.; 2.º) 51 Dts., em
esteres, em decisteres e em metros cubicos.; 3.º) 78 dts. em
esteres, em decasteres e em metros cubicos.

**837**. — Quantos decasteres ha nos seguintes numeros:
1.º) 10 ests.; 2.º) 748 ests.; 3.º) 1 est.; 4.º) 1839 dts.?

**838**. — Quantos decisteres ha nos numeros seguintes:
1.º) Dt.; 2.º) 18 Dts.; 3.º) 1 est.; 4.º) 74 ests.?

**839**. — Qual é o total de esteres vendidos por um
negociante de lenhas si na 1.ª vez vendeu 2 ests. e 9 dts. na
2.ª 16 ests. e 4 dts., na 3.ª 29 ests. 5 dts. e na 4.ª 37 ests. e 6
dts.?

## § 6.º — Avaliação dos corpos.

*208*. — Medir um corpo é procurar quantas
vezes elle contem a unidade cubica ou um submulti-
plo da unidade cubica.



*209*. — Os numeros das unidades cubicas con-
tidas no corpo medido chama-se *volume* deste corpo.

*210*. — Para medir um corpo adopta-se, como
unidade effectiva, não o metro cubico directamente
mas o metro linear. Com este medem-se as trez di-
mensões do corpo; depois, executando certos calculos
sobre os numeros que exprimem estas dimensões,
obtem-se um numero de unidades cubicas, que indi-
ca o volume do corpo. Dar-se-á o modo de obter a
*superficie* e o *volume* dos corpos solidos mais usu-
aes.

## Cubo

*211*. — A *superficie* do cubo obtem-se multi-
plicando por 6 a area de uma das suas faces.

*Exemplo*. — Qual é a superficie dum cubo que
tem 5 ms., 40 de aresta?

Area duma face = 5 ms., 40 × 5 ms., 40 = 29 m. q., 16.
Superficie do cubo = 29 m.q., 16 × 6 = 174 m. q., 96.

*212*. — O *volume* do cubo obtem-se multipli-
cando a aresta duas vezes por si mesmo.

*Exemplo*. — Qual é o volume de um cubo que
tem 5 ms., 40 de aresta?

Volume = 5 ms., 40 × 5 ms., 40 × 5 ms., 40 = 150 m.c., 464

Vê-se que o volume do cubo é o producto de *tres factores*
eguaes ao numero que exprime o comprimento da aresta.

*213*. — O producto de tres factores eguaes a
um mesmo numero chama-se *cubo* deste numero.

Assim o cubo de 2 é 2 × 2 × 2 = 8
» » » 3 » 3 × 3 × 3 = 27
» » » 4 » 4 × 4 × 4 = 64

## Prisma

*214*. — *A superficie lateral* do prisma recto
obtem-se multiplicando o perimetro da base pela
altura do prisma.

A *superficie total* obtem-se sommando á super-
ficie lateral as das duas bases.

*Exemplo.* — Pede-se a superficie total dum prisma recto cuja altura mede 5ms., 20 e tendo por base um quadrado, cujo lado mede 1ms., 60.

Perimetro da base = 1m.,604 = 6ms.,40.
Superficie lateral = 6ms.,40 × 5ms.,20 = 33mq.,28.
Superficie duma base = 1m.,60 × 1m.,60 = 2mq.,56.
Superficie total = 33mq., 28 + 2mq., 56 + 2mq., 56 = 38mq.,40

***215.*** — O ***volume*** do prisma obtem-se multiplicando a area da base pela altura do prisma.

*Exemplo.* — Qual é o volume dum prisma que tem 2ms.,60 de largura, 6ms. de altura e 8 ms. de comprimento.

Area da base = 8ms. × 2ms.,60 = 20mq.,80
Volume do prisma 20mq.,80 × 6ms. = 124m.c.,8

## Pyramide

***216.*** — A ***superficie lateral*** duma pyramide regular obtem-se multiplicando o perimetro da base pela metade da altura de um dos triangulos lateraes.

*Exemplo.* — Qual é a superficie lateral duma pyramide, cuja base é um pentagono regular de lado egual a 2ms.,50 e cujos triangulos lateraes tem uma altura de 7 ms.?

Perimetro da base = 2ms.,50 × 5 = 12ms.,25
Superficie lateral = 12ms.,50 × (7 : 2) × 12ms.,50 + 3ms.,50 = 43m.q.,75

***217.*** — O ***volume*** da pyramide obtem-se multiplicando a area da base por um terço da altura da pyramide.

*Exemplo.* — Qual é o volume duma pyramide cuja altura mede 9ms. e que tem como base um quadrado de 4ms.,50 de lado.

Area da base = 4ms.,50 × 4ms.,50 = 20m.q.,25
Volume da pyramide = 20mq.,25 × (9 : 3) = 20mq.,25 × 3ms. = 60m.c.,750



## Cylindro

***128.*** — A ***superficie lateral*** do cylindro obtem-se multiplicando a circumferencia da base pela altura do cylindro.

A *superficie total* obtem-se sommando á superficie lateral a das duas bases.

*Exemplo.* — Pede-se a superficie total dum cylindro de altura egual a 3ms.,40 e cuja base tem 0ms.,60 de raio.

Circumferencia da base = 0 m., 60 × 2 × 3, 1416 = 3ms.,77
Superficie lateral = 3 ms.,77 × 3m.,40 = 12 m.q.,818
» duma base = 3ms., 77 × 0 m. 30 = 1 m.q., 131
» total = 12 ms. q., 818 + 1 m.q.,131 = 15m.q., 08

***219.*** — O ***volume*** do cylindro obtem-se multiplicando a area da base pela altura do cylindro.

*Exemplo.* — Determinar o volume do cylindro precedente.

Area da base = 1.m.q., 131
Volume do cylindro = 1.m. q., 131 × 3ms., 40 = 3m.c.,845

## Cone

***220.*** — A ***superficie lateral*** do cone recto obtem-se multiplicando a circumferencia da base pela metade do *lado* do cone.

*Exemplo.* — Qual é a superficie lateral dum cone recto de 6 metros de lado, e cuja base tem um raio medindo 1 m.,60.

Circumferencia da base = 1 m., 60 × 2 × 3,1416 = 10 ms.,053
Superficie lateral = 10 ms., 053 × (6 : 2) = 30 ms.q.,1509

***221*** — O ***volume*** do cone obtem-se multiplicando a area da base por um terço da altura do cone.

*Exemplo.* — Determinar o volume dum cone que mede 2 m., 70 de altura e cuja base tem um diametro de 1 m., 40.

Quadrado do raio = 0 m., 7 × 0 m., 7 = 0 m. q., 49
Area da base = 0 m., 49 × 3, 1416 = 1 m. q., 5393
Volume do cone = 1 m. q., 5393 × 0 m., 9 = 1 m., c., 385370

## — Esphera —

**222.** — A *superficie* da esphera obtem-se de dois modos: 1.°—Multiplicando a circumferencia pelo diametro. — 2.° Multiplicando o quadrado do diametro por 3,1416.

*Exemplo.* — Achar a superficie duma esphera que tem 3 metros de raio.

1.° *modo*: Circumferencia = 6 × 3,1416 = 18 ms., 8496
Superficie = 18 ms., 8496 × 6 ms. = 113 m.q.,0976.

2.° *modo*: Quadrado do diametro = 6 ms. × 6 ms. = 36 m.q.
Superficie = 36 m. q. × 3,1416 = 113 m.q.,0976

**223.** — O ***volume*** da esphera obtem-se de dois modos: — 1.° Multiplicando a superficie por um terço do raio. — 2.° Multiplicando o *cubo* do raio por $\frac{4}{3}$ de 3,1416, ou por 4,1888.

*Exemplo.* — Achar o volume duma esphera que tem 1 m.,50 de raio.

1.° *modo*: Quadrado do diametro = 3 ms. × 3 ms. = 9m.q.
Superficie = 9 m. q. × 3,1416 = 28 m. q., 2744
Volume = 28 m. q., 2744 × 0 m., 5 = 14 m.q., 1372.

2.° *modo*: Cubo do raio = 1m., 5 × 1 m., 5 × 1m., 5 = 3 m. c., 375.
Volume = 3 m.c., 375 × 4,1888 = 14 m. c., 1372.

QUESTIONARIO

136. — Que significa medir um corpo? 137. — Que é o volume dum corpo? 138. — Quaes as medidas que se adoptam para medir os corpos? 139. — Ennuncie a regra para obter a superficie e o volume dos corpos usuaes.

### Exercicios sobre a avaliação dos corpos

**839.** — Determinar o volume dum cubo tendo 6 metros de lado.

**840.** — Dizer qual o volume dum cylindro que tem 2 ms. de raio e 12 ms: de altura.

**841.** — Um cone recto de 15 ms. de altura e 25 m. q. de superficie no qirulo, que lhe serve de base, quanto tem de volume?

**842.** — Qual é o volume de uma pyramide que tem 14 ms. de altura e 24 m. q. de base?



**843.** — Uma pyramide tem 12 ms. de altura e a sua base é um triangulo que tem 6 ms. de base e 4 ms. de altura; qual é o seu volume?

**844.** — Determinar o volume dum globo que tem 2 ms. de diametro.

**845** — Calcular o volume de uma esphera de 36 ms. de circumferencia.

**846.** — Qual é a superficie total de um bloco de marmore que tem 9 ms. de comprimento, 8 ms. de altura, e 7 ms. de largura?

**847.** — Quantas folhas de ouro de 4 m. q. cada uma são precisas para dourar uma esphera de 14 ms. de raio?

**848.** — Um vaso de forma circular tem 4 ms. de altura, 44 ms. de circumferencia; que quantidade dagua é necessaria para enchel-o?

### Problemas sobre a avaliação dos corpos

**849.** — Suppondo que um bico de gaz consuma 13 dm. c. por hora e cada decimetro cubico custe 0$100, qual será a despeza de illuminação em 30 dias, si o gaz fica acceso durante 5 horas por dia?

**850.** — Theodoro, que comprou um fardo de feno de 12 ms. de comprimento, 8 ms. de largura e 5 ms. de altura, tem 40 cavallos, cada um dos quaes come $\frac{2}{5}$ do m. c. de feno por dia; quanto tempo dura a provisão?

**851.** — Humberto colhe um fardo de feno de 15 ms. de comprimento, 12 ms. de largura e 10 ms. de altura e vende-o a razão de 2$300 o m. c.; quanto recebe?

**852** — Cornelio comprou uma pedra mó, de 85 cms. de altura com um raio de 1 m., a 0$080 o dm. c.; quanto dispendeu?

**853.** — — Dulcidio comprou tres pedaços de assucar, tendo cada um 25 cms. de raio e 6 dms. de altura; cada dm.c. de assucar pesando 1 kgm., 20, quanto gastará si o paga a 0$900 o kilogramma?

**854.** — Qual é o pezo total de uma pipa de vinho que tem meio metro cubico de capacidade, sabendo que o dm.c. de vinho pesa 1 kgm. e que a pipa vasia pesa 20 kgs.

**855.** — Um pae de familia compra tres ests. de lenha a 16$500 o est.; por quanto tempo vae ter lenha e quanto dispendeu, sabendo-se que o consumo é de um dt. por dia?

**856.** — Determinar o peso de um cylindro de ferro de 0 m, 24 de raio, sabendo-se que o dm.c. de ferro pesa 7 kgs., 207.

**857.** — Quanto se dispende para perfurar um poço de 18 ms. de profundidade, e 1 m., 56 de diametro, pagando-se 4$150 o metro cubico de excavação?

**858.** — Um muro de 14 ms., 50 de comprimento e 0m., 70 de espessura se fez a 17$000 o m. c., custando um total de 680$000; qual é a sua altura?

**859.** — Suppondo a Terra perfeitamente espherica, qual será a sua superficie, o diametro sendo de 12733 kms?

**860.** — Uma piscina tem 12 ms. de diametro interno 0 m., 60 de espessura e uma profundidade de 2ms., 50; quantos metros cubicos de alvenaria gastou?

## § 7.º Medidas de capacidade

*224.* — Chama-se *capacidade* dum vaso o volume do material que elle é capaz de conter; é o volume interno do vaso.

*225.* — A unidade principal das medidas de capacidade é o *litro*, vaso cubico, cuja capacidade equivale a um decimetro cubico.

*226.* — O litro admitte trez multiplos e dois submultiplos; a serie das medidas de capacidade é, pois, a seguinte:

| | Medida | | | Abreviatura |
|---|---|---|---|---|
| Multiplos | *Kilolitro* | = 1000 litros | e abrevia-se | Kl. |
| | *Hectolitro* | = 100 » | » | Hl. |
| | *Decalitro* | = 10 » | » | Dl. |
| | **Litro** | = 1 dm. c. | » | l. |
| Submultiplos | *Decilitro* | = $^{1}/_{10}$ do litro | » | dl. |
| | *Centilitro* | = $^{1}/_{100}$ » | » | cl. |

*227.* — Estas medidas, sendo de 10 em 10 vezes maiores uma do que as outras, os numeros que as exprimem escrevem-se e leem-se como os que exprimem medias lineares. Por exemplo, 6 Hl. 8 Dl. 2 dl. e 5 cl. escrever-se-á, tomando o litro como unidade, 680 ls., 25.



*228.* — ***Mudança de unidades***. Para referir a uma unidade um numero expresso com outra, transpõem-se a virgula successivamente de uma ordem para a direita ou para esquerda, conforme se quer passar da maior para a menor ou da menor para a maior.

Assim, com o numero precedente, ter-se-á:

680 ls., 25 = 68 Dls., 025 = 6 Hls., 8025 = 6802 dls., 5.

*229.* — ***Avaliação das capacidades.*** Si o vaso a medir-se tem a forma de um prisma, de um cylindro, etc., calcula-se o seu volume interno com as regras dadas no paragrapho antecedente. O numero resultante exprime medidas de volume, sendo, porém, facil referil-o ás medidas de capacidade, considerando que o litro equivale ao decimetro cubico. Si, por exemplo, o volume interno dum vaso é 0 m. c., 74375, a capacidade do vaso será:

743 dm. c., 75 = 743 ls., 75 = 7 Hls., 4375.

Si o vaso affectar, pois, uma forma irregular, achar-se-á a sua capacidade por meio das medidas effectivas de capacidade.

*230.* — Com as medidas de capacidade avaliam-se os *liquidos* (vinho, leite, oleo, etc.,) e os *solidos em estado de extrema divisão* (arroz, feijão, farinha, etc.)

*231.* — As ***medidas effectivas de capacidade*** são: *o hectolitro, o decalitro, o litro, o decilitro, o duplo-decilitro, o meio-decilitro, o centilitro e o duplo-centilitro.*

As medidas effectivas para os liquidos podem assumir formas variadas e podem ser feitas de ferro fundido, de latão, de ferro galvanisado, de vidro, etc., conforme o material a se medir.

As medidas effectivas para os solidos affectam todas ellas a forma cylindrica e podem ser de madeira, de ferro fundido, de latão, etc.

## QUESTIONARIO

140. — Que se entende por capacidade de um vaso?
141. — Qual é a unidade das medidas de capacidade? 142. —
Quaes são os multiplos que admitte o litro? — E os sub-
multiplos? 143.—Como se medem as capacidades dos vasos?
— Escreva numeros indicando medidas de volume, e refira-
os ás medidas de capacidades 144. — Quaes são as quanti-
dades que se avaliam com as unidades de capacidade? 145.
— Quaes são as medidas effectivas de capacidade?

## Exercicios sobre as medidas de capacidade.

### Escrever com algarismos os numeros seguintes, referindo-os ao litro

**861.** — 1.º) Tres Hls. e vinte e cinco ls.; 2.º) quinze Hls.
e quatro Dls.; 3.º) mil Hls. e quatro ls.; 4.º) seis Kls. e quin-
ze ls.; 5.º) cento e dois ls. e dezeseis cls.; 6.º) quinze ls. e
dois cls.; 7.º) nove Kls. e seis ls.; 8.º) trinta Dls., vinte e
tres ls.; 9.º) sete ls. e nove dls.; 10.º) dezesete ls. e dois cls.

### Ler os numeros seguintes, indicando o valor das partes decimaes

**862.** — 1.º) 17 Hls., 25; 2.º) 2 Hls., 15; 3.º) 16 Hls., 4; 4.º)
8 Kls.,04; 5.º) 12 Hls., 9; 6.º) 10 Kls.; 7.º) 8 Dls., 9; 8.º)
19 Dls.,25; 9.º) 6 ls.,22; 10.º) 7 ls., 4; 11.º) 5 ls., 04; 12.º)
6 dls., 7.

**863.** — Quantos litros ha nos numeros seguintes; 1.º)
1 Kls.,; 2.º) 27 Hls.,; 3.º) 1 Dls.,; 4.º) 37 Dls.,; 5.º) 10 dls.,;
6.º) 184 dls.,; 7.º) 100 cls.,; 8.º) 2742 cls.?

**864.** — Quantos kilolitros ha em cada um dos numeros
seguintes: 1.º) 10 Hls.; 2.º) 478 Hls.; 3.º) 100 Dls.; 4.º) 4
766 Dls.; 5.º) 100 ls.; 6.º) 7638 ls.; 7.º) 10000 dls.; 8.º)
109600 cls.?

**865.** — Quantos decalitros ha em cada um dos nume-
ros seguintes: 1.º) 1 Hl.; 2.º) 141 Hls.; 3.º) 100 ls.; 4.º) 420 ls.;
5.º) 1000 dls., 6.º) 1875 dls.; 7.º) 10000 cls.; 8.º 99014 cls.?

**866.** — Quantos centilitros ha em cada um dos nume-
ros seguintes: 1.º) 1 Hl.; 2.º) 27 Hls.; 3.º) 1 Dl.; 4.º) 16 Dls.;
5.º) 1 l., 6.º) 27 ls.; 7.º) 1 dls., 8.º) 12 dls.?

**867.** — Quantos litros ha em cada um dos numeros se-
guintes: 1.º) 15 Hls.; 2.º) 3 ls.; 3.º) 48 Dls.; 4.º) 3 ls. e 15 dls.;
5.º) 169 Hls. e 5 Dls.?



**868.** — Como se chama: 1.º a millesima parte dum Kl.;
dum Hl.; dum Dl.; 2.º a centesima parte dum Hl.; dum Dl.;
dum l.; 3.º) a decima parte dum Hl.; dum Dl.; dum l.;
dum dl.?

## Problemas sobre as medidas de capacidade.

**869.** — Uma familia compra 4 Hls. de vinho a 18$000 o
Hl. e o gasto relativo sôbe a 0$250 por Hl.; consumindo 16
dls. por dia, quanto vão durar os 4 Hls. e qual será a des-
pesa diaria.

**870.** — Si um hectolitro de vinho custar 37$500, quan-
to se paga por 1728 Dls., 28?

**871.** — Um campo de 9 Ha., 0275 produz 3258 litros de
aveia por hectare; quanto vale a colheita vendendo-se a
aveia a 6$950 o Hl.?

**872.** — Vendi a $450 o litro as seguintes quantidades
de vinho: 1.º) 743 Hls., 845 cls.; 2.º) 9632 ls.; 3.º) 807 Hls.,
8 dls.; 4.º) 1843 ls.; 5.º) 7432 dls.; quanto recebi?

**873.** — Num vaso de capacidade egual a 25 ls., cheio
dagua, mergulha-se um corpo de 7580 cm. c.; que quantidade
dagua resta no vaso?

**874.** — Numa estação de estrada de ferro descarregaram-
se num dia: 1.º) 275m.c. 25 cm. c. de carvão; 2.º) 142mc.c.
28dm.c. 45 cm.c.; 3.º) 284m.c; 132dm.c. 640 cm.c.; 4.º)
130 m.c.; 5 dm.c. e 8 cm.c. Quantos hectolitros ao todo?

**875.** — Um vaso, pago a razão de 0$005 o decimetro
cubico, custou 10$000. Qual a sua capacidade em hectolitros?

**876.** — Quantos decalitros de cal ha em tres montes,
si o 1.º contém 7 m.c. 004, o 2.º) 354 m.c. mais do que o 2.º
e o 3.º 42 dm.c. 72 cm.c. menos do que o 2.º?

**877.** — Quanto custa a perfuração de uma cisterna
da capacidade de 28640 Hls., pagando-se a razão de 4$500
o m.c.

**878.** — Um negociante compra 4 barris de vinho por
630$000 e vendeu 55 ls. por 36$300, ganhando, então, $300 em
litro; quanto continha cada barril?

**879.** — Um vaso da capacidade de 75 dm.c. 50 cm.c.
está cheio de um licôr pago á razão de 250$050 o Hl.; por
quanto se deve vender o litro para ganhar 12$500 ao todo?

**880.** — Mergulha-se uma esphera de 0m.,60 de raio
num caldeirão cylindrico cheio dagua, tendo 1m.,20 de dia-
metro e outro tanto de altura; quantos Hls. dagua ficam
no caldeirão?

**881**. — Quanto se vae receber por uma colheita numa area de 6Has., 95, si 1 Ha. produz 3450 ls. de trigo, que se vende a 7$500 o Hl.?

**882**. — Determinar a profundidade de um reservatorio de 5 ms. de comprimento e 2 ms. de largura, sabendo-se que para enchel-o são necessarias 3 torneiras correndo durante 8 horas e fornecendo: a 1.ª 610 ls. por hora, a 2.ª 7 Hls. por hora e a 3.ª 9 Dls., 5 por hora?

**883**. — Um negociante comprou 450 Hls. de vinho a 10$000 o Dl.; bebeu 25 ls. e accrescentou ao vinho comprado 50 ls. dagua e 25 ls. de vinho doutra qualidade e vendeu a mistura a $800 o l.; ganhou ou perdeu com esta transacção, e quanto?

## § 8.º — Medidas de peso

***232***. — A unidade principal das medidas de peso é o *gramma*, peso egual ao de um centimetro cubico de agua distillada, a 4.º centigrados.

***233***. — O gramma admitte todos os multiplos e todos os submultiplos; donde a seguinte serie de medidas de peso:

Multiplos:
- *Myriagramma* = 10000 grammas, que se abrevia Mg.
- *Kilogramma* = 1000 » » » » Kg.
- *Hectogramma* = 100 » » » » Hg.
- *Decagramma* = 10 » » » » Dg.

**Gramma**, peso de 1 cm. c. dagua » » » gr.

Submultiplos:
- *Decigramma* = 1/10 do gramma que se abrevia dg.
- *Centigramma* = 1/100 » » » » » cg.
- *Milligramma* = 1/1000 » » » » » mg.

***234***. — Chama-se ***quintal*** metrico o peso de 100 Kgs., sejam 10 Mgs.

Chama-se ***tonelada*** metrica o peso de 1000 Kgs., sejam 10 quintaes.

***235***. — ***Mudança de unidades***. Vê-se que o quintal e a tonelada são tambem *multiplos decimaes* do gramma.



Assim, um numero indicando medida de peso poder-se-á ainda referir a estas duas unidades, pela simples transposição da virgula.

Seja o numero 8423 Kgs.; ter-se-á:
8423 Kgs. = 842 Mgs., 3 = 84 qs., 23 = 8 tons., 423 = 84230 Hgs. = 842300 Dgs.

***236***. — Das medidas de peso a mais usual como unidade é o *kilogramma*.

O *gramma* e seus submultiplos adoptam-se nos laboratorios chimicos, pharmaceuticos, etc. e nas pesadas dos metaes preciosos.

O *quintal* e a *tonelada* se usam na avaliação dos grandes pesos como, a carga de um comboio, o peso de uma parede, de um pilar, etc.

***237***. — São *effectivas* todas as medidas de peso, com seus duplos e suas metades.

Os pesos superiores ao gramma são feitos de ferro fundido e de latão, em geral, e os inferiores ao gramma se fabricam em forma de placas, geralmente de prata ou de latão.

***238***. — Visto ser a unidade de peso o peso da unidade cubica d'agua distillada ter-se-ão as seguintes

## Relações entre o volume e o peso de agua

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | metro cubico, | ou | 1 kilolitro | de agua pesa | 1 tonelada |
| 100 | decim. cubicos, | » | 1 hectolitro | » » » | 1 quintal |
| 10 | » cubicos, | » | 1 decalitro | » » » | 1 myriagram. |
| 1 | » cubico, | » | 1 litro | » » » | 1 kilogram. |
| 100 | cent. cubicos, | » | 1 decilitro | » » » | 1 hectogram. |
| 10 | » cubicos, | » | 1 centilitro | » » » | 1 decagram. |
| 1 | cubico, | » | 1/1000 do lit. | » » » | 1 gramma. |
| 100 | milli. cubicos, | » | 1/10000 | » » » » | 1 decigram. |
| 10 | » cubicos, | » | 1/100000 | » » » » | 1 centigram. |
| 1 | » cubico, | » | 1/1000000 | » » » » | 1 milligram. |

QUESTIONARIO

146. — Qual é a unidade das medidas de peso? — Que é o gramma? 147. — Quaes os multiplos admittidos pelo gramma? — Quaes os submultiplos? 148. — Que é o quintal? — Que é a tonelada? 149. — Escreva alguns numeros que exprimam medidas de peso e refira-os ás diversas unidades. 150. — Qual é a unidade de peso mais usual? 151. — Quaes são as medidas effectivas de peso? 152. — Quanto pesa um metro cubico de agua? — Um decimetro cubico? — Um centimetro cubico?

## Exercicios sobre as medidas de peso

### Escrever com algarismos os numeros seguintes, referindo-os ao gramma

**884.** — 1.°) Vinte Kgs., trinta e dois Dgs.; 2.°) doze Kgs., dezenove Dgs.; 3.°) vinte Kgs., cento e trinta e dois grs.; 4.°) treze Kgs., sete grs.; 5.°) nove grs.; 6.°) dezeseis grs., quatorze cgs.; 7.°) nove grs., cinco cgs.; 8.°) quinze mgs.; 9.°) mil duzentos e vinte e seis mgs.

### Lêr os numeros seguintes, indicando o valor das partes decimaes

**885.** — 1.°) 27 Kgs., 75; 2.°) 36 Kgs., 4; 3.°) 75 Kgs., 04; 4.°) 26 Kgs., 004; 5.°) 4 Mgs., 006; 6.°) 9 Mgs., 0005; 7.°) 21 Kgs., 000001; 8.°) 16 grs., 27; 9.°) 3 grs., 006; 10.°) 0 gr., 015.

**886.** — Quantos grammas ha em cada um dos numeros seguintes: 1.°) 1 Kg.; 2.°) 12 Kgs.; 3.°) 1 Hg.; 4.°) 28 Hgs.; 5.°) 1 Dg.; 6.°) 82 Dgs.; 7.°) 10 dgs.; 8.°) 119 dgs.; 9.°) 100 cgs.; 10.°) 1111 cgs.

**887.** — Quantos kilogrammas ha em cada um dos numeros seguintes: 1.°) 10 Hgs.; 2.°) 295 Hgs.; 3.°) 100 Dgs.; 4.°) 7140 Dgs.; 5.°) 100 grs.; 6.°) 895 grs.; 7.°) 10000 dgs.; 8.°) 700102 dgs; 9.°) 10000 cgs.; 10.°) 1062487 cgs.?

**888.** — Quantos hectogrammas ha em cada um dos numeros seguintes: 1.°) Kg.; 2.°) 23 Kgs.; 3.°) 1 Hg.; 4.°) 10 Dgs.; 5.°) 100 grs.; 6.°) 895 grs.; 7.°) 1000 dgs.; 8.°) 10000 cgs.; 9.°) 9864321 cgs.?

**889.** — Quantos decagrammas ha em cada um dos numeros seguintes: 1.°) 1 Kg.; 2.°) 19 Kgs.; 3.°) 1 Hg.; 4.°) 97 Hgs.; 5.°) 10 grs.; 6.°) 98 grs.; 7.°) 100 dgrs.; 8.°) 8797 dgs.; 9.°) 1000 cgs.; 10.) 70412 cgs.?



**890.** — Quantos decigrammas ha em cada um dos numeros seguintes: 1.°) 1 Kg.; 2.°) 26 Kgs.; 3.°) 1 Hg.; 4.°; 29 Hgs.; 5.°) 1 Dg.; 6.°) 37 Dgs.; 7.°) 1 gr.; 8.°) 28 grs.; 9.°) 10 cgs.; 10.°) 58 cgs.?

**891** — Quantos centigrammas ha em cada um dos numeros seguintes: 1.°) 7 Kg.; 2.°) 26 Kgs.; 3.°) 1 Hg.; 4.°) 16 Hgs.; 5.°) 1 Dg.; 6.°) 37 Dgs.; 7.°) 1 gr.; 8.°) 18 grs.; 9.°) 1 Dg.; 10.°) 750 dgs.?

**892.** — Quantos milligrammas ha em cada um dos nuros seguintes: 1 Dg.; 2.°) 876 Dgs.; 3.°) 1 gr.; 4.°) 786 grs.; 5.°) 1 dg.; 6.°) 46 dgs.; 7.°) 1 cg.; 8.°) 14 cgs.?

**893.** — Como se chama a 10000ª, a 1000ª, a 100ª, a 10.ª parte dum Kg.?

**894.** — Qual é a 10ª, a 100ª, a 1000ª, parte dum gr.; dum Hg.; dum dg. e dum Dg.;

**895.** — Reduzir: 1.°) 31600 gs. a Kg.; 2.°) 27934 Hgs. a dgs.; a Dgs., a Kgs. e a mgs.; 3.°) 749 Kgs. a gs., a dgs., a Dgs., a Hgs.; 4.°) 8 Hgs. a Kgs. e a gs.; 5.°) 213 gs. a Kgs. a Hgs. e a cgs.; 6.°) 843 Dgs, a dgs., a Hgs., a Kgs. e a gs.

## Problemas sobre as medidas de peso

**896.** — Vendem-se cinco objectos de prata: o 1.°) pesa 1 Kg. 52 gs., o 2.°) 32 Dgs. 17 cgs., o 3.°) 258 gs. 132, o 4.°) 5 Hgs. 875 cgs., e o 5.°) 874 dgs. 7. Exprimir o peso tal em grammas.

**897.** — Um colchoeiro encarregado de confeccionar quatro camas, emprega para a 1.ª 18 Kgs., 5 de lã, para a 2.ª 1945 Dgs., para a 3.ª 12428 grs., e para a 4.ª 154 Hgs.; quanto gasta pagando a lã a razão de 3$200 o Kg.?

**898.** — Dois barris de oleo pesam juntos 180 Kgs.; um contem 85745 gs.; quanto contem o outro?

**899.** — Quantos decagrammas de manteiga se devem ainda comprar para formar uma provisão de 28 Kgs., si já foram adquiridos 159 Hgs., 5?

**900.** — Um sapateiro comprou tres qualidades de couro, perfazendo um total 210 Kgs., 379; quantos kilogrammas comprou de cada especie si adquiriu 8435 Dgs. da 1ª e 117 Hgs., 21 da 2.ª?

**901.** — Duas pessôas compraram assucar; si a 2.ª comprasse 28 Dgs. mais teria quanto a 1.ª, isto é, 50 Kgs., 7. Quantos hectogrammas comprou a 2.ª?

**902.** — Trez bois pesam jûntos uma tonelada; quantos killogrammas pesa o 3.º, si o primeiro pesa 2qs., 75 e o 2.º 3645 Hgs?

**903.** — Quanto receber-se-á pela venda de 78 colmeias, contendo cada uma 15 Hgs., 725 de mel e 75 Dgs. de cera, vendendo-se a cêra a 4$250 o kilogramma e o mel a 2$400?

**904.** — Si 1 Hg. de cochonilha vale 1$250, quanto custam: 1.º) 50 Kgs.; 2.º) 7 Hgs.; 3.º) 48 Dgs.; 4.º) 554 gs.?

**905.** — Sobre 745 Dgs. de pelio de castor pago a 4$850 o Hg. deseja-se ganhar 1$600 em cada Kg.; qual deve ser o preço da venda total?

**906.** — Quantos kgs. de tabaco se devem vender a 0$150 o Dg. para pagar 400 ms. de panno a 2$500 o metro?

**907.** — Sabendo-se que um prego pesa 0 gr., 115 e que 25 pregos ficam em $800, quantos pregos se farão com 15 Kgs. de ferro e qual o preço do custo total?

**908.**—Ganhei 2:756$000 vendendo a 2$000 o Kg. de manteiga, que comprei a 1$500 o Kg.; qual a somma total da venda?

**909.** — Quanto de cobre e quanto de zinco contem 1 Kg., de latão formado pela fusão de 3 Kgs., 5 de cobre com 1 Kg., 75 de zinco.

**910.** — Quanto pesa uma esphera de platina, tendo 0m.,45 de circumferencia, sabendo-se que 1 decimetro cubico de platina pesa 19 Kgs., 5?

**911.** — Determinar o peso de uma barra de ferro de 5 cms. de largura, 4 cms. de espessura e 6 ms. de comprimento sabendo-se que um decimetro cubico deste metal pesa 7 Kgs., 6.

**912.** — Quantos quintaes pesa a agua pura contida num poço tendo 36 ms., de profundidade e 2 ms., 15 de diametro sabendo que a agua sóbe até os $^3/_4$ da altura?

**913.** — Qual é o valor de 34 Hls. de azeite a 1$700 o kg., si o cm. c. pesa 0 g., 924?

**914.** — Sabendo-se que 1 dm. c. de ar pesa 5 mgs., 88, quantos kgs. contem um reservatorio de 20 ms. de comprimento, 14 ms. de largura e 6 ms., 25 de altura.

**915.** — Comprarei 746 esteres de lenha, que posso pagar a 10$000 o estere, ou a 0$150 o Mg.; de que modo é mais vantajoso o negocio, sabendo que 1 m. c. de lenha pesa 66mgs., 40.

**916.** — Dois vasos cylindricos que medem 0 m., 24 de diametro têm o mesmo peso; quantos litros de agua se deve pôr num delles para que um, posto numa balança faça equili-



brio ao outro no qual se poz mercurio a uma altura de 16 cms., sabendo-se que o dcm. c. de mercurio pesa 13 kgs., 60?

**917.** — Sabendo-se que 1 dm. c. de ferro pesa 7 kgs., 6, pergunta-se quantas barras de 15 mms. de diametro e 4ms., 50 de comprimento se podem fazer com 4545 kgs. de ferro.

**918.** — Uma bacia contem 15 toneladas e 6 quintaes de agua do mar; quantos kilogrammas de agua distillada póde conter sabendo que o m. c. de agua do mar pesa 1026 kgs.,3.

## § 9.º Medidas de valor ou monetarias

***239.*** — A unidade monetaria no systema metrico é o *franco*, moeda de prata, do peso de 5 grammas, contendo 5 partes de prata e uma de cobre. O franco não admitte multiplos e. submultiplos só admitte dois: o *decimo*, que é a decima parte do franco, e o *centesimo*, que é a centesima parte do franco.

No Brazil este systema não foi ainda adoptado; conserva-se o systema antigo, em que a unidade *theorica* é o *real* é a unidade *pratica* é o *mil reis* moeda de prata, do peso de 12 grs., 75, contendo 917 partes de prata e 83 de cobre; é tambem um systema decimal.

O *mil reis* contem *mil reaes*.

A unidade *bancaria* é o *contos de reis* que corresponde a mil vezes *um mil reis*, equivalendo, portanto, a um *milhão de reaes*.

***240.*** — ***Modo de escrever as medidas monetarias.*** Para escrever as medidas monetarias separa-se a casa dos milhares da casa das centenas por meio do *cifrão ($)* e casa dos milhões separa-se da dos milhares por dois pontos (:), recebendo os milhões o nome de *contos*.

*Exemplos* 1.º) quatrocentos e oito mil, seiscentos e cincoenta e cinco reis escrevem-se: 408$655.

2.º Cento e oito contos, tresentos e quarenta e tres mil, oitocentos e noventa e tres reis escrevem-se: 108:343$893.

*241.* — As moedas brasileiras são de *ouro prata* ou *nickel*.

As moedas de prata ou nickel não tem circulação forçada sinão até a quantia de vinte mil reis; ellas se destinam a facilitar o troco, visto como seria impraticavel a subdivisão da moeda de ouro de vinte mil reis — a de menor valor que se cunha no Brazil — em fracções que, pelo seu tamanho exiguo e facil gasto, não se prestaria a circulação.

*242.* — As moedas de prata são de 2$, 1$ e 0$500; as de nickel são 0$400, 0$200 e 0$100 (um tostão (*).

*243.* — O Brazil é um paiz mono-metalico, isto é, tem como padrão monetario a moeda de um unico metal, que é o ouro.

A moeda brazileira padrão-ouro é uma moeda de vinte mil réis do peso de 17 grs., 94, contendo 917 partes de ouro e 83 partes de cobre.

O ouro não tem, porem, curso effectivo no Brazil, onde ha grande circulação forçada de *cedulas* ou *papel-moeda* no valor de 1:000$. 500$, 100$, 50$, 20$, 10$, e 5$.

*244.* — *Toque* ou *titulo* das moedas, é uma fracção que indica quantidade de metal fino contido na unidade de peso da liga de que é feita a moeda.

No Brazil a lei marca o toque 0,917 para as moedas de ouro e para as de prata, o que significa que a liga é formada de 917 partes de metal fino (ouro ou prata) e 83 partes de cobre.

Um gramma de liga conterá, pois, 0 grs., 917 de metal fino e 0 grs., 083 de cobre.

*245.* — Acha-se o peso de metal fino contido num objecto qualquer, multiplicando o seu peso pelo toque.

---

(*) As moedas de cobre, que eram de 0$040, 0$020 e 0$010 foram, ha poucos annos, supprimidas.



*Exemplo:* Quantos grammas de ouro encerra a moeda brazileira de dez mil reis?

(*Solução:* 0,917 × 8 grs., 97 = 8 grs., 22549 de ouro = Resposta.)

QUESTIONARIO

153.—Qual é a unidade monetaria no systema metrico? 154.— Qual é a unidade monetaria theorica brazileira? – A unidade pratica? 155. — As moedas de prata tem circulação forçada no Brazil? 156. — Até que quantia as moedas de prata tem curso forçado no Brazil? 157.— De que metal é feito o franco? 158.— Quantas partes contem de metal fino? de cobre? 159. — O franco admitte multiplos? E submultiplos? Quaes são os submultiplos? 160.— Quaes são os multiplos e submultiplos do mil reis? 161. — Qual é a moeda padrão do Brazil? 162.— Qual é o seu peso? Quantas partes de metal fino contem? 163. — Que é o toque das moedas? 164.— Qual é o toque marcado para as moedas brazileiras? 165.— Como se obtem o peso de metal fino contido num objecto qualquer? 166.— Qual é a moeda brazileira effectiva de mil reis? O seu peso?

## Exercicios sobre as medidas de valor ou monetarias

### Escrever com algarismos os numeros seguintes, referindo-os ao mil reis

**919.** — 1.º) Cento e vinte cinco mil reis, trinta e cinco reis; 2.º) dezenove mil reis, quinze reis; 3.º) oito mil reis, quatrocentos reis; 4.º) dezeseis mil reis, quarenta reis; 5.º) dois mil e dois reis; 6.º) oitocentos e dois mil reis, trinta reis; 7.º) tres mil reis, doze reis; 8.º) cincoenta reis; 9.º) um real.

### Lêr os numeros seguintes, indicando o valor das partes decimaes

**920.** — 1.º 25$240; 2.º 6$4; 3.º 7$05; 4.º 8$75; 5.º 7$421; 6.º 0$007; 7.º 20$02; 8.º 12$2.

**921.** – Quantos mil reis ha em cada um dos numeros seguintes: 1.º 10000 reis; 570 reis; 3.º 47890 reis; 4.º 167800 reis; 5.º 7458 reis.

**922.** — Quantos decimos de mil reis ha em cada um dos numeros seguintes: 1.º 1 mil reis; 2.º 8:794$000; 3.º 120 reis; 4.º 8$747?

**923.** — Quantos centesimos de mil reis ha em cada um dos numeros seguintes: 1.º 1 mil reis; 2.º 10$000; 3.º 206$000; 4.º 0$100; 5.º 0$270?

**924.** — Reduzir 30$000 em decimos e em centesimos de mil reis.

**925.** — Quantos mil reis e quantos centesimos de mil reis ha em 6478 reis?

## Problemas sobre as medidas de valor

**926.** — Quantas moedas de 5$000 se podem cunhar com uma barra de prata pesando 18 Kgs.,225? (*)

**927.** — Qual é a somma em prata em que entram 150Kgs.,25 de liga, isto é de cobre?

**928.** — Numa saccola pesando 6Kgs.,575 ha 215 moedas de prata de 5$000, 112 de 2$000, e o restante se constitue de moedas de 1$000; quantas ha destas ultimas?

**929.** — Trez homens carregam a seguinte somma em prata: o 1.º 15:870$800, o 2.º 13:875$200, o 3.º 14:783$400; quantos kilogrammas leva cada um?

**930.** — Quaes são as sommas em prata que pesam respectivamente: 560grs., 247 Dgs.,25; 7Hgs.,875; 2Kgs.,724?

**931.** — Que quantidade de cobre ha em cada uma das seguintes sommas em prata: 854$000; 3:600$000; 180$000; 1:609$000?

**932.** — Achar o peso de prata contido em cada uma das moedas seguintes: 5$000; 2$000; 1$000; 0$500; 0$200.

**933.** — Quanto pesa cada uma das seguintes moedas de ouro: 5$000; 10$000; 20$000; 50$000; 100$000?

**934.** — Uma quantia em ouro pesa 282grs.,26; quanto pesaria a mesma quantia em prata?

**935.** — Quaes são as sommas em prata respectivamente eguaes ao peso das seguintes quantias em ouro: 2:945$000; 15:665$000; 29:915$000?

**936.** — Quantas moedas de 5$000 se pódem cunhar com 756 Dgs. de prata fina?

**937.** — Pergunta-se quantos litros dagua ha num vaso, sabendo que o peso desta é egual ao de 50 moedas de prata de 5$000 e 220 moedas de ouro de 2$000.

---

(*) Na resolução destes problemas suppõe-se que todas moedas conteem 917/1000 de metal fino, isto é, que do seu peso total 917/1000 sejam de prata ou de ouro.



**938.** — As minas da provincia de Chota, no Perú, produzem annualmente 17000 Kgs. de prata pura; que importancia resultaria da cunhagem dessa prata?

**939.** — A prata extrahida das minas de Potosi, na America, si fosse toda cunhada daria uma somma de 6.000.000:000$; quantos kilogrammas de prata fina conteria esta importancia?

## Exercicios sobre os valores relativos das medidas metricas

**940.** — Qual o valor de 50 cm. c. relativamente ao metro?<br>
**941.** » » » » 10 » » » » ?<br>
**942.** » » » » 40 » » » » ?<br>
**943.** » » » » 50 mms. » » » ?<br>
**944.** » » » » 25 ares » » hectare?<br>
**945.** » » » » 75 » » » » ?<br>
**946.** » » » » 1 dm.q. » » m.q.?<br>
**947.** » » » » 10 » » » » » ?<br>
**948.** » » » » 50 » » » » ?<br>
**949.** » » » » 80 » » » » ?<br>
**950.** » » » » 75 » » » » ?<br>
**951.** » » » » 25 » » » » ?<br>
**952.** » » » » 1 m.q. » » hectare?<br>
**953.** » » » » 10 » » » » ?<br>
**954.** » » » » 1 decistere » » estere?<br>
**955.** — Qual o valor de 5 decist. relativamente ao estere?<br>
**956.** » » » » 1 estere » » decastere?<br>
**957.** » » » » 100 dm.c. » » m.c.?<br>
**958.** » » » » 500 » » » » ?<br>
**959.** » » » » 750 » » » » ?<br>
**960.** » » » » 250 » » » » ?<br>
**961.** » » » » 400 » » » » ?<br>
**962.** » » » » 1 cm.c. » » » ?<br>
**963.** » » » » 100 » » » » ?<br>
**964.** » » » » 1000 » » » » ?<br>
**965.** » » » » 5000 » » » » ?<br>
**966.** » » » » 8000 » » » » ?<br>
**967.** » » » » 1 litro » » hectol.?<br>
**968.** » » » » 10 litros » » » ?<br>
**969.** » » » » 5 decilitros » » decal.?<br>
**970.** » » » » 4 centilitros » » litro.?<br>
**971.** » » » » 25 litros » » hectol.?<br>
**972.** » » » » 75 litros relativamente a 2 hectol.?<br>
**973.** » » » de 1 gramma » ao Kg.?

**974.** — Qual o valor de 50 grammas » ao Kg.?
**975.** » » » » 5 Hgs. » a 2 Kgs.?
**976** » » » » 10 grs. » ao Hg.?
**977.** » » » » 250 grs. » ao Kg.?
**978.** » » » » 50 cgs. » ao grammo?
**979.** » » » » 500 reis » » mil reis?
**980.** » » » » 800 » » » » » ?
**981.** » » » » 50 » » » » » ?
**982.** » » » » 25 » » » » » ?
**983.** » » » » 75 » » » » » ?

## Problemas sobre os principios da numeração

### Medidas de comprimento

**984.** — Si o metro custa 5$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m., 1 cm., 1 mm.?

**985.** — Si um dm. custa 0$500, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m., 1 cm., 1 mm.?

**986.** — Si um cm. custa 6$100, quanto cutará cada uma das unidades seguintes: 1 m., 1 dm., 1 mm.?

### Medidas de superficie

**987.** — Si o m. q. custa 80$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 dm.q., 1 cm.q., 1 mm.q.?

**988.** — Si um dm. q. custa 2$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m. q., 1 cm. q., 1 mm. q.?

**989.** — Si um cm. q. custa 0$010, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m. q., 1 dm. q., 1 mm. q.?

**990.** — Si um mm. q. custa 0$003, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m.q., 1 dm.q., 1 cm.q.?

### Medidas agrarias

**991.** — Si o are custa 58$450, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Ha., 1 ca.?

**992.** — Si um Ha. custa 7:480$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 a., 1 ca.?

**993.** — Si um ca. custa 1$150, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Ha., 1 a.?

### Medidas de volume

**994.** — Si 1 m. c. custa 256$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 dm. c., 1 cm. c., 1 mm. c.?



**995.** — Si 1 dm. c. custa 19$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m. c., 1 cm. c., 1 mm. c.?

**996.** — Si 1 cm. c. custa 0$020, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m. c., 1 dm. c., 1 mm. c.?

**997.** — Si um mm. c. custa 0$003, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 m. c., 1 dm. c., 1 cm. c.?

### Medidas de lenha

**998.** — Si 1 est. custa 10$000, quanto vae custar cada uma das unidades seguintes: 1 Dt., 1 dt.?

**999.** — Si 1 Dt. custa 90$000, quanto custará cada uma das unidades seguintes 1 est., 1 dt.?

**1000.** — Si 1 dt., custa 0$800, quanto custará cada uma das unidades seguintes; 1 est., 1 Dt.?

### Medidas de capacidade

**1001.** — Si 1 l. custa 0$450, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Hl., 1 Dl., 1 dl., 1 cl.?

**1002.** — Si 1 Hl. custa 35$400, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Dl., 1 l., 1 dl., 1 cl.?

**1003.** — Si 1 Dl. custa 42$750, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Hl., 1 l., 1 dl., 1 cl.?

**1004.** — Si 1 dl. custa 0$420, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Hl., 1 Dl., 1 dl., 1 l., 1 cl.?

**1005.** — Si 1 cl. custa 0$050, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Hl., 1 Dl., 1 l., 1 dl.?

### Medidas de peso

**1006.** — Si 1 Kg. custa 24$250, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Hg., 1 Dg., 1 g., 1 dg., 1 cg.?

**1007.** — Si 1 Hg. custa 5$750, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Kg., 1 Dg., 1 g., 1 dg., 1 cg.?

**1008.** — Si um Dg. custa 1$250, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Kg., 1 Hg., 1 g., 1 dg., 1 cg.?

**1009.** — Si por 1 gr., paga-se 0$900, quanto se pagará por cada uma das unidades seguintes: 1 Kg., 1 Hg., 1 Dg., 1 dg., 1 cg.?

**1010.** — Si 1 dg. vale 0$120, quanto valerá cada uma das unidades seguintes: 1 Kg., 1 Hg., 1 Dg., 1 g., 1 cg.?

**1011.** — Si 1 cg. custa 0$030, quanto custará cada uma das unidades seguintes: 1 Kg., 1 Hg., 1 g., 1 dg.?

## Problemas de recapitulação sobre o systema metrico

**1012**. — Qual é mais vantajoso: vender 15 Kgs. de mercadorias a 3$000 o Kg., ou vender 5 Kgs., a 2$750 o Kg., 4 Kgs., a 2$900, e 6 Kgs., a 3$350? Qual a differença no preço da venda?

**1013**. — Uma familia que, por semana, consumia 3 Kgs. de vela á razão de 1$500 o Kg., gasta agora 2 Kgs., 25 de azeite de 2$300 o Kg.; qual a illuminação mais economica e quanto economisa?

**1014**. — Um porco vivo, que pesa 120 Kg., póde vender-se a 1$250 o Kg.; tirando, porém, o sangue, perde 15 Kgs., no peso, e póde então, vender-se a 1$400 o Kg.; qual é o processo de venda mais vantajoso a se adoptar?

**1015**. — Um cavallo consome por dia, 3 Kgs., 74 de feno, custando 5$600 cada 100 Kgs., e 4 Kgs., 21 de aveia á razão de 14$000 cada 100 Kgs.; qual é a despeza para nutrir 36 cavallos durante 100 dias?

**1016**. — Um cavallo come, por dia, 7 Kgs., 50 de feno, custando 5$600 cada 100 Kgs.; quanto se gasta para o sustento de 5 cavallos durante 45 dias de viagem?

**1017**. — Benedicto despende 8$250 com a pintura de uma porta, que mede 2 ms., 10 de altura e 0 m., 90 de largura; quanto paga por metro quadrado?

**1018**. — Minha quinta tem a forma de um trapezio, cujas bases medem, uma 40 ms., e outra 32 ms.; qual é sua area si a altura é de 26 ms.?

**1019**. — Um campo trapezoidal tem uma area de 93a., 17 determinar uma das bases, sabendo-se que a altura mede 280 ms.; e a outra base 24 ms., 20?

**1020**. — Paga-se 494$700 por um monte de lenha prismatico, tendo 31 ms., 45 de comprimento, 1 m., 14 de largura e 2 ms., 30 de altura. Qual é o preço de um estere?

**1021**. — Uma fonte, que fornece 15 Hls., 74 dagua durante uma hora, em quanto tempo vae encher um reservatorio medindo 5 ms., 45 de comprimento, 2 ms., 30 de largura e 1 m., 40 de profundidade?

**1022**. — Qual deve ser a profundidade duma cisterna quadratica, que tem 1 m., 80 de comprimento e 1 m., 20 de largura e que é capaz de conter 5 toneladas d'agua?

**1023**. — Para se attingir um terreno, onde se esperava encontrar um minerio, perfurou-se um poço de 0 m., 88 de



diametro e 72 ms. de profundidade. Quantos metros cubicos de terra se extrahiram?

**1024**. — Quantos litros dagua se requerem para equilibrar: 1.°) 50$000 em prata; 2.°) 50$000 em ouro?

**1025**. — Um campo de 135a. 25 foi pago com peças de prata, pesando um total de 50 Kgs.; quanto custou o metro quadrado?

**1026**. — Com 14$580 comprei 54 litros de feijão, pesando 70 Kgs., 50 o Hl.; qual foi o preço do litro e do kilogramma?

**1027**. — Paguei 2:235$000 por 4 peças de seda, da mesma qualidade e do mesmo comprimento; quantos metros mede cada peça, sabendo-se que um metro custa 10$500?

**1028**. — Sobre 15 saccos de assucar pagos á razão de 27$160 cada um deseja-se ganhar 90$600; por quanto se deve vender o Kg., sabendo-se que o peso de cada sacco é de 15 Kgs., 09?

**1029**. — O material de certa colher constitue-se de 19 partes de estanho e uma de zinco; o 1.° metal vale 3$100 o Kg., e o 2.° 3$800. Quanto custará uma colher de peso egual a 83 grs.,200?

**1030**. — Quanto custam 25 barris de oleo de baleia, pesando 812 Kgs., 45 cada um e valendo 0$090 o hectogramma?

**1031**. — Qual é o peso de uma pyramide de bronze, que mede 9ms. de altura e cuja base é um quadrado de 1m.,25 do lado, sabendo-se que cada dm.c. deste metal pesa 6Kgs., 50?

## Problemas de recapitulação sobre a segunda parte.

**1032**. — Quatro metros de panno foram vendidos por 40$000, ganhando-se 10$500; quanto custou cada metro?

**1033**. — Qual é a area dum terreno do qual se venderam os $^5/_9$ e ainda restaram $^1/_8$ e 6 ares?

**1034**. — Os cartuchos de certa especie de fuzis contem 4 $^1/_2$ grs. de polvora, cujo preço é de 1$750 por Kg., e uma pequena bala, pesando 36 grs.; dizer o numero de cartuchos confeccionados com uma quantidade de polvora, cujo custo foi de 32$760, e o valor das balas empregadas, as quaes se pagam á razão de 0$750 o Kg.

**1035**. — Cada cartucho dos fuzis precedentes custa 0$060, em cujo preço, além do valor do chumbo e da polvora, entra a despeza do fulminante e da confecção; a quanto sobe esta despeza?

**1036.** — Um negociante parte de São Paulo fazendo 9 Kms. em 2 $^1/_2$ horas e, 5 horas depois, parte um outro pelo mesmo caminho, percorrendo 9Kms. em 2 horas; quantas horas gasta o segundo para alcançar o primeiro?

**1037.** — Em 18 dias de trabalho André ganha o necessario para sustentar sua familia durante 36 dias; quantos dias mais deverá trabalhar si sua familia gastar $^2/_3$ do seu jornal por dia?

**1038.** — A $^1/_3$ parte de um campo está plantada de arroz, a $^1/_5$ parte de milho e os restantes 35 ares de feijão. Qual é a area do campo?

**1039.** — Sabendo-se que um gramma de prata se pode extrahir de um veio de 2540 ms. de comprimento, procura-se o peso dum veio de prata de 4000 Mms. de comprimento.

**1040.** — Si 32 grammas de linho pódem fornecer 3400 ms. de fio, quanto pesará a quantidade de linho necessaria para fazer 4 vezes o gyro da terra, que é de 4000 Mms.?

**1041.** — Sabendo-se que o som percorre 333ms. por segundo, e que decorreram 7$^1/_2$ segundos entre o relampaguejar de um canhão e percepção do ruido do tiro, dizer a que distancia se deu o disparo.

**1042.** — Comprei 5ms. $^3/_4$ de panno por 40$ $^1/_3$; por quanto devo vendel-os para ganhar 23$000 sobre o total?

**1043.** — Um grupo de operarios faz um certo trabalho em 2 dias, e a um outro grupo basta um dia para fazer o mesmo trabalho; em quanto tempo $^1/_2$ do 1.º grupo e $^1/_3$ do segundo o farão trabalhando juntos?

**1044.** — Um explorador, á distancia de uma fortaleza, contou 10 segundos entre o relampago e a percepção do ruido do disparo de um canhão; a que distancia se acha elle da fortaleza, sabendo que o som percorria 348ms. por segundo?

**1045.** — Suppondo que a quantidade de sangue contida no corpo de um adulto seja de 15 Kgs., em que ha 2grs.,414 de ferro, determinar a quantidade de ferro existente no sangue de 4125000 pessôas.

**1046.** — A luz percorre 311000 Kms. por segundo e a distancia da terra ao sol é de 153400000000 metros; quanto tempo leva a luz do sol para chegar á terra?

**1047.** — O homem respira 18 vezes por minuto, e a cada respiração correspondem 4 pulsações; quantas respirações e quantas pulsações dá o homem em 24 horas?



**1048.** — O peso de certa quantidade de vinho de Borgonha sendo de 180 Mgs., a quantos litros corresponde este peso, sabendo-se que o litro do dito vinho pesa 0 Kg., 992?

**1049.** — Em 15 dias dois operarios fizeram 57ms. $^2/_3$ de um certo trabalho, e ficou ainda $^1/_2$ dos $^3/_4$ do trabalho por fazer; em quanto tempo farão o que resta?

**1050.** — Dois cavallos estão carregados, um com 2 Hls. de oleo de linhaça, cujo litro pesa 0Kg., 94, e outro com 2 Hls. de oleo de oliva, cujo litro pesa 0Kg., 923; qual dos dois carrega mais e quanto mais?

**1051.** — Um alambique de platina custou 25:000$000; pede-se o seu volume, sabendo-se que o dm. c. de platina tem um peso de 19Kgs.,50, e que o kilogramma de platina custa 960$000?

**1052.** — Analysou-se certa quantidade de aveia e nella se encontraram 425mgs. de amido, 305mgs. de cascas, 11 cgs. de assucar, 12 cgs. de brotos e 4 cgs. de gluten; quantas grammas de aveia se analysáram?

**1053.**— Da analyse de certa quantidade de trigo resultaram 1815mgs. de amido, 375 mgs. de gluten e albumina, 15 cgs. de mucilagem, 6 dgs. de cascas e 285mgs. de agua; qual é o peso do trigo analysado?

**1054.** — Cada metro quadrado de superficie d'agua fornece 2 litros de vapor em 24 horas, e dum litro de vapor resulta, condensando, 1ml. d'agua; em quanto tempo d'agua estará secco um prato rectangular, medindo 12 dms. de comprimento, 6 dm. de largura e 1cm. de profundidade?

**1055.** — Mariana emprega $^3/_7$ do dia para fazer 2 ms. $^1/_4$ de certo trabalho; quanto vae gastar para fazer 8ms. $^2/_3$?

**1056.**—A pressão do ar é de cerca de 1 Kg. por cm. q., e a superficie do corpo humano é, em media, egual a 1 m. q.,50; que peso de ar supporta o homem?

TERCEIRA PARTE

# Proporções e suas applicações

CAPITULO I

## Proporções e regra de trez

### § 1.º — Proporções

**246.** — Chama-se **razão** de dois numeros o quociente que se obtem, dividindo o primeiro pelo segundo.

Assim a razão de 24 e 3 é 8, porque $24 \div 3 = 8$; a razão de 5 e 15 é $^1/_3$, porque $5 : 15 = ^1/_3$.

**247.** — Quando a razão de dois numeros é igual á razão de dois outros numeros, estes quatro numeros formam uma proporção.

*Exemplo:* — A razão de 12 e 4 é 3; esses numeros formam, pois, uma proporção, que se escreve do seguinte modo:

$$12 : 4 :: 15 : 5$$ e se lê:

12 *está para* 4 *como* 15 *está para* 5, e significa que $12 : 4 = 15 : 5$ ou $\frac{12}{4} = \frac{15}{5}$; logo:

*Proporção é a egualdade de duas razões.*

**248.** — Os quatro numeros que formam uma proporção chamam-se **termos** da proporção. O primeiro e ultimo dizem-se **extremos**; o segundo e o terceiro chamam-se **meios**.

Assim, na proporção 12 : 4 : : 15 : 5, os numeros 12 e 5 são os extremos, e 4 e 5 são os meios.



**249.** — O primeiro termo de cada razão de uma proporção chama-se **antecedente**, e o segundo, **consequente**.

Assim na proporção 12 : 4 : : 15 : 5, os numeros 12 e 5 são os antecedentes, 4 e 5 são os consequentes.

**250.** — Duas razões se dizem **inversas** uma da outra quando, para tornal-as eguaes, basta inverter a ordem dos termos de uma dellas.

Assim a razão 20 : 4 é inversa da razão 3 : 15, porque, invertendo-se os termos da 2.ª, por exemplo, se tem a egualdade $20 : 4 = 15 : 3$, ou a proporção 20 : 4 : : 15 : 3.

**251.** — **Propriedade fundamental das proporções.** Em toda proporção o producto dos extremos é igual ao producto dos meios.

Seja a proporção 20 : 4 : : 15 : 3.

Sendo uma proporção a egualdade de duas razões, pode-se escrever:

$\frac{20}{4} = \frac{15}{3}$; reduzindo as duas fracções ao mesmo denominador, ellas não mudam de valor, e tem-se ainda:

$$\frac{20 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15 \times 3}{4 \times 3}$$

Supprimindo finalmente os denominadores, cada uma das expressões eguaes será multiplicada $4 \times 3$, e os resultados serão ainda eguaes, e ter-se-á:

$$20 \times 3 = 15 \times 4$$

Mas 20 e 3 são os dois extremos, e 4 e 15 são os dois meios. Logo: *Em toda a proporção,* etc.

**252.** — Resolver uma proporção é procurar um dos termos, quando se conhecem os outros tres. O termo desconhecido representa-se pela letra $x$.

Com effeito, seja a proporção

$$16 : 4 :: 20 : x;$$

tem-se $x \times 16 = 4 \times 20$, e, dividindo por 16 cada uma das quantidades eguaes, resulta

$$x = \frac{4 \times 20}{16} = 5$$

Analogamente, a proporção $24 : x :: 30 : 10$ dá $x \times 30 = 24 \times 10$, donde

$$x = \frac{24 \times 10}{30} = 8$$

***Observação.*** — Muitas vezes o extremo ou o termo de uma proporção compõe-se de varios factores; o valor da incognita determina-se, porém, sempre por meio da mesma regra.

***Exemplo.*** — Seja a proporção

$$(4 \times 6) : (5 \times 4) :: (30 \times 10) : (5 \times x).$$

Achando-se o $x$ num dos extremos, multiplicam-se os meios entre si, isto é, os numeros 5, 4, 30, e 10, e divide-se o producto pelo producto dos extremos conhecidos 4, 6, e 5.

$$x = \frac{5 \times 4 \times 30 \times 10}{4 \times 6 \times 5} = 50$$

QUESTIONARIO

167. — Que se chama razão? 168. — Que é proporção? 169. — Como se denominam os termos de uma proporção? 170. — Quando é que duas razões se dizem inversas? 171. — Que relação existe entre os meios e os extremos duma proporção? 172. — Como se resolve uma proporção?

## Exercicios sobre as proporções

Resolver as proporções seguintes:

**1057.** — $12 : 8 :: 16 : x$
**1058.** — $18 : 24 :: x : 40$
**1059.** — $27 : x :: 54 : 36$
**1060.** — $x : 20 :: 50 : 200$
**1061.** — $x : 32 :: 4 : 16$
**1062.** — $25 : x :: 35 : 42$
**1063.** — $x : 72 :: 36 : 48$
**1064.** — $340 : x :: 720 : 72$
**1065.** — $9 : 36 :: 54 : x$
**1066.** — $25 : 32 :: x : 56$
**1067.** — $36000 : 6000 :: 42 : x$
**1068.** — $1348 : 9430 :: 49 : x$
**1069.** — $25 : 75 :: 5025 : x$
**1070.** — $275 : 20 :: 1215 : x$



**1071.** — $8 : 19 :: 1345 : x$
**1072.** — $300 : 135 :: 20 : x$
**1073.** — $18 : 24 :: 72 : x$
**1074.** — $x : 160 :: 12050 : 480$
**1075.** — $x : 280 :: 300 : 530$
**1076.** — $1500 : x :: 9 : 10$
**1077.** — $(4 \times 5 \times 7) : (12 \times 15) :: 7 : x$
**1078.** — $(6 \times 8 \times 9) : (6 \times 5 \times 10) :: 48 : x$
**1079.** — $(9 \times 15 \times 10) : (15 \times 45 \times 12) :: (270 \times 40) : (30 : x)$
**1080.** — $[(12 \times 20 \times 8) + (10 \times 14 \times 9)] : (24 \times 30 \times 11) :: 246 : x$
**1081.** — $15 : 22 :: (150 \times 85) : (x \times 6)$
**1082.** — $2/3 : 3/4 :: 5/7 : x$
**1083.** — $12/16 : 8/12 :: 7/17 : x$
**1084.** — $27/35 : 14/18 :: x : 32/45$
**1085.** — $1/8 : x :: 2/6 : 1/4$
**1086.** — $6 : 1/2 :: 8 : x$
**1087.** — $1 : 7 :: 2/3 : x$
**1088.** — $x : 5/8 :: 1 : 5$
**1089.** — $3 : 10 :: x : 3/6$
**1090.** — $5\,1/2 : 2\,1/4 :: 3\,2/3 : x$
**1091.** — $7\,10/12 : x :: 4\,4/6 : 9\,8/12$
**1092.** — $8{,}34 : 6{,}9 :: 2{,}324 : x$
**1093.** — $0{,}2 : 0{,}25 :: 0{,}3 : x$
**1094.** — $0{,}75 : 0{,}8 :: x : 0{,}001$
**1095.** — $x : 8{,}2 :: 5 : 3{,}44$
**1096.** — $0{,}825 : x :: 0{,}72 : 0{,}02.$

## § 2.º — Quantidades proporcionaes

*253.* — Duas quantidades chamam-se ***directamente proporcionaes***, quando os dois numeros que as exprimem dependem um do outro de tal modo que um tornando-se 2, 3, 4,... vezes maior ou menor, o outro torna-se tambem 2,3,4,... vezes maior ou menor.

Assim o valor duma mercadoria é directamente proporcional á quantidade da mesma mercadoria; sendo evidente que, si a quantidade de mercadoria

se triplicar, por exemplo, o seu preço tornar-se-á tambem trez vezes maior.

*254.* — Si, porém, duas quantidades são taes que, tornando-se uma dellas 2, 3, 4,... vezes maior, a outra tornar-se-á 2, 3, 4,... vezes menor e reciprocamente, estas duas quantidades se dizem ***inversamente proporcionaes.***

São, por exemplo, inversamente proporcionaes o numero de operarios e o tempo que empregam para fazer um determinado trabalho; assim si 10 carpidores gastam 8 dias para carpir um campo, 20 carpidores carpil-o-ão em 4 dias.

### § 3.° Regra de trez simples.

*225.* — Dá-se o nome de ***regra de trez simples*** a um problema, que se constitue de uma proporção, na qual tres termos são dados e propõe-se determinar o quarto termo desconhecido. Dos tres termos dados, dois são *dependentes* um do outro como a mercadoria e o seu valor, os operarios e o tempo, (nos. 253 e 254); o outro dos termos dados e o termo desconhecido *dependem* um do outro do mesmo modo.

*256.* — A regra de trez é ***directa,*** quando os dois termos dependentes são directamente proporcionaes (253); é ***inversa*** quando os dois termos dependentes são inversamente proporcionaes. (254).

*257.*—*1.° Problema. Si 6 peças de panno custam 300$000, quanto custarão 16 peças do mesmo panno?*

*Disposição:* O termo desconhecido é um numero de mil reis; representemos este numero pela letra $x$ e *disponhamos* os dados do problema em duas linhas horisontaes do modo seguinte:

| *Peças* | *Mil reis* |
|---|---|
| 6 | 300 |
| 16 | $x$ |



Escrevamos na 1.ª linha horisontal os dois termos dependentes conhecidos, 6 peças e 300 mil reis, tendo o cuidado de collocar á direita o que é da especie do termo desconhecido. Escrevamos na 2.ª linha horisontal os outros dois termos dependentes 16 peças e $x$ mil reis, cada um debaixo daquelle que é da sua especie, de modo que o $x$ esteja sempre á direita.

***Solução.*** Si 6 peças valem 300 mil reis, é claro que 2, 3, 4,.... vezes 6 peças valerão 2, 3, 4, . . . vezes 300 mil reis; os termos dependentes são, então, *directamente proporcionaes* (253); a regra de tres é *directa* (256); a razão dos dois numeros da 1.ª especie (peças) é egual á razão dos dois numeros da 2.ª especie (mil reis), e tem-se a seguinte proporção:

$$6 : 16 : 30 : x, \text{ donde:}$$

$$x = \frac{300 \times 16}{6} = 800\$000$$

As 16 peças de panno custarão, pois 800$000

*258.* — *1.° Problema. Si 5 operarios fazem certo trabalho em 60 dias, quantos dias empregarão 12 operarios para fazer o mesmo trabalho?*

| | Operarios | Dias |
|---|---|---|
| **Disposição** | 5 | 60 |
| | 12 | $x$ |

***Solução:*** Si 5 operarios empregam 60 dias para fazer o trabalho, é claro que 2, 3, 4,... vezes 5 operarios fal-o-iam em um numero de dias 2, 3, 4,. . . . vezes ***menor***. Logo os termos dependentes são *inversamente proporcionaes* (254) e a regra de trez é *inversa*; a razão dos dois numeros da 1.ª espe-

cie será egual á razão dos dois numeros da 2.ª especie, si se inverterem os termos de uma da razões. Invertendo os termos da segunda razão, tem-se, então, a seguinte proporção.

$$5 : 12 : : x : 60, \text{ donde}$$

$$x = \frac{5 \times 60}{12} = 25 \text{ dias}$$

**259.** — ***Regra.*** *Para resolver, pelas proporções, um problema de regra de trez simples, faz-se primeiramente a disposição dos dados; escreve-se depois a proporção tomando como termos da 1.ª razão os dois numeros da 1.ª especie, e como termos da 2.ª razão os dois numeros da 2.ª especie, tendo o cuidado de observar que:*

*Si a regra de trez é* directa, *os termos das duas razões tomam, na proporção, a ordem em que se acham na disposição;*

*Si a regra de trez é* inversa, *os termos de uma das razões tomam na proporção a ordem inversa da que se acham na disposição.*

## Regra de trez simples pelo methodo de reducção á unidade.

**260.** — Os problemas de regra de trez podem-se resolver sem o subsidio das proporções, por um methodo bem mais natural, ao qual se dá o nome de *Methodo de reducção á unidade.*

Resolvamos, por este methodo, os dois problemas precedentes.

*1.º Problema.* A disposição faz-se como se ensinou, isto é:

| Peças | Mil reis |
|---|---|
| 6 | 300 |
| 16 | $x$ |

e o raciocinio é o seguinte:



Si 6 peças custam 300$000,

1 peça custará 6 vezes menos, ou $\frac{300}{6}$,

e 16 peças custarão 16 vezes mais, ou $\frac{300 \times 16}{6}$

Effectuando os calculos, obtem-se 800$000.

*2.º Problema.* Feita a seguinte disposição

| Operarios | Dias |
|---|---|
| 5 | 60 |
| 12 | $x$, |

faz-se o raciocinio seguinte:

Si 5 operarios empregam 60 dias para fazer o trabalho.
1 operario empregará 5 vezes mais tempo, ou $60 \times 5$
e 12 operarios empregarão 12 vezes menos tempo.

$$\text{ou } \frac{60 \times 5}{12}$$

Effectuando os calculos, obtem-se 25 dias.

QUESTIONARIO

173. — Quando é que duas quantidades são directamente proporcionaes? 174. — Quando é que duas quantidades são inversamente proporcionaes? 175. — Que é a regra de trez simples? 176. — Quando se diz directa?.... inversa? 177. — Ennuncie a regra para resolver, pelas proporções, a regra de trez. 178. — Qual o outro methodo?

## Problemas sobre a regra de trez simples

**1097.** — Quantos chapéos se podem comprar com 840$000, si com 936$000 se compram 78?

**1098.** — Para o transporte de 717 Kgs. de certa mercadoria pagam-se 150$570; quanto pagar-se-á pelo transporte de 9150 Kgs., 27?

**1099.** — Canuto vendeu 418 Ha., 95 de terra por 17:580$750; quanto receberia si vendesse pelo mesmo preço 15 Ha?

**1100**. — Pagam-se 7:803$850 por 508 Hls. de trigo; qual será a perda occasionada por um erro de 6 litros no medir?

**1101**. — Quantos Kgs. de cacáo se compram com 6:000$000, si 325 Dgs., custam 9$750?

**1102**. — Tres barris contem: o 1.º 227 ls., 40, o 2.º 178 ls., 50 e o 3.º 125 ls., 70; pagando-se 128$400 por este ultimo barril, quanto vae custar cada um dos outros?

**1103**. — Julio pagou 405$000 por uma peça de linho e 369$000 por uma outra; qual é o comprimento de cada uma, si a 1.ª tem 4 ms. mais do que a 2.ª?

**1104**. — Seis peças de velludo custaram juntos 1:800$000; quantos metros mede cada uma, si 13 ms. custam 78$000?

**1105**. — Theotonio faria sua viagem em 5 dias, caminhando 6 horas por dia; querendo, porém, fazel-a em 3 dias 1/2, quantas horas por dia deverá caminhar?

**1106**. — Uma escada deveria ter 240 degraus, medindo cada um 1 dm. 5/6 de altura; reduziu-se, porém a altura do degrau a 1 dm. 3/5. Quantos degraus vae ter a escada?

**1107**. — A força de dois operarios estando entre si como 7 está para 12, si o 1.º faz 175 ms. quantos metros de certo trabalho fará o 2.º?

**1108**. — De duas fontes a 1.ª fornece 14 Hls. por hora e a 2.ª 94 Dls.; em quanto tempo a 2.ª dará a mesma quantidade dagua que a 1.ª fornece em 25 minutos?

**1109**. — Quanto custam 140 peras, si 25 peras valem tanto quanto 36 maçãs, e si tres maçãs custam 0$500?

## § 4.º — Regra de trez composta

**261**. — A regra de trez é **composta** quando são mais de dois os numeros que entram na formação de um só termo da proporção.

***Problema***. — *Si 87 operarios empregam 8 dias para o calçamento de uma praça medindo 116 ms. de comprimento e 72 ms. de largura, quantos dias empregarão 23 operarios para calçar uma rua de 460 ms. de comprimento e 12 ms. de largura?*

***Disposição***

| Operarios | Comprimento | Largura | Dias |
|---|---|---|---|
| 87 | 116 | 72 | 8 |
| 23 | 460 | 12 | $x$ |



***Advertencia***. — Na primeira linha horisontal os numeros 116 e 72, indicando as dimensões da praça, concorrem para determinar um trabalho feito, ou um *effeito produzido;* os numeros 87 e 8, que representam os homens e os dias, concorrem para determinar a *causa* que produz tal effeito. Analogamente, na segunda linha os numeros que exprimem as dimensões da rua, determinam um effeito, e os outros, entre os quaes se acha a incognita, determinam a causa que o produz.

Como neste, em todos os problemas sobre a regra de trez, podem-se distinguir duas causas e dois effeitos, e adopta-se então a regra seguinte.

**262**. — ***Regra***. *Para resolver, pelas proporções, um problema sobre a regra de trez composta, faz-se primeiramente a disposição e depois, se estabelece a proporção do modo seguinte: "O producto dos numeros constituindo a primeira causa está para o dos numeros constituindo a segunda, como o producto dos numeros formando o primeiro effeito está para o dos numeros formando o segundo. Estabelecida a proporção, a sua resolução se faz pelo processo conhecido.*

Applicando esta regra ao exemplo precedente tem-se:

$$(87 \times 8):(23 \times x)::(116 \times 72):(460 \times 12),$$

donde

$$x = \frac{87 \times 8 \times 460 \times 12}{23 \times 116 \times 72} = 20 \text{ dias.}$$

## Regra de trez composta pelo methodo de reducção á unidade

**263**. — A solução do problema precedente resultará mais intellegivel, adoptando-se o methodo de reducção á unidade. E' o seguinte o quadro das operações, o qual se explicará depois.

| Operarios | Comprimentos | Larguras | Dias |
|---|---|---|---|
| 87 | 116 | 72 | 8 |
| 1 | 116 | 72 | $8\times87$ |
| 23 | 116 | 72 | $\frac{8\times87}{23}$ |
| 23 | 1 | 72 | $\frac{8\times87}{23\times116}$ |
| 23 | 460 | 72 | $\frac{8\times87\times460}{23\times116}$ |
| 23 | 460 | 1 | $\frac{8\times87\times460}{23\times116\times72}$ |
| 23 | 460 | 12 | $\frac{8\times87\times460\times12}{23\times116\times72}$ |

Eis o raciocinio :

1.º) Si 87 operarios empregam 8 dias para fazer o calçamento, 1 operario empregará 87 vezes mais dias, $8\times87$, e 23 operarios levarão 23 vezes menos dias, seja $\frac{8\times87}{23}$;

2.º) Para o calçamento de 117 ms., 23 operarios empregam $\frac{8\times87}{23}$; para o calçamento de um 1 m. empregarão 116 vezes menos dias, isto é, $\frac{8\times87}{23\times116}$, e para calçarem 460 ms. levarão 460 vezes mais dias, ou $\frac{8\times87\times460}{23\times116}$.

3.º) Para o calçamento de 460 ms. de comprimento os 23 operarios gastam $\frac{8\times84\times460}{23\times116}$ dias, quando a largura é de 72 ms.; si esta fosse de 1 m. empregariam 72 vezes menos dias, isto é, $\frac{8\times87\times460}{23\times116\times72}$



dias, e sendo a largura 12 ms. vão empregar 12 vezes mais dias, seja $\frac{8\times87\times460\times12}{23\times116\times72} = 20$ dias.

QUESTIONARIO

179. — Que é a regra de trez composta ?

180. — Enuncie a regra para se resolver, pelas proporções, um problema de regra de trez composta.

## Problemas sobre a regra de trez composta.

**1110.** — Em 12 dias de 12 horas, 6 pessoas fizeram 136 ms. de panno; quantos metros se fariam em 10 dias de 15 horas, se fossem 9 trabalhadores ?

**1111.** — Si 15 pessoas ganharam 1:200$000 em 20 dias, quanto ganhariam 105 pessoas em 140 dias.

**1112.** — Para o pagamento de 20 operarios, que trabalharam durante 40 dias de 12 horas cada um, foram necessarios 4:500$000; quanto se pagará a 8 operarios que trabalham durante 30 dias de 10 horas cada um ?

**1113.** — Trabalhando 12 horas por dia, 12 operarios fizeram um certo trabalho em 24 dias ; quantos dias teriam empregado si tivessem trabalhado tão sómente 9 horas por dia ?

**1114.** — Quantos homens serão precisos para se fazerem 900 ms. de um certo trabalho em 18 dias, sabendo que foram necessarios 36 operarios para se fazerem 3600 ms., em 12 dias de 15 horas cada um ?

**1115.** — Cinco homens em 12 dias de 12 horas fizeram 150 ms. de certo trabalho; quantas horas por dia devem trabalhar 30 homens para a realização de 500 ms. do mesmo trabalho em 20 dias ?

**1116.** — Tres viajantes gastaram 40$000 em 4 dias, depois dos quaes elles encontraram dois amigos, com os quaes proseguiram a viagem, e gastaram 450$000, fazendo sempre a mesma despeza diaria ; quantos dias viajaram juntos ?

**1117.** — Vinte e cinco caixas, pesando cada uma 140 kg., custaram 8:400$000 ; quanto pagar-se-á por 48 caixas da mesma mercadoria, pesando cada um 245 Kgs. ?

**1118.** — Quinze pedreiros tendo feito os $^3/_5$ dum muro em 12 dias, 7 delles abandonaram o serviço ; quanto tempo levarão os outros para terminar o trabalho ?

**1119.** — Trinta e quatro metros de panno, com $^2/_3$ ms. da largura custaram 63$000; qual será o preço de 65 ms. de panno da mesma qualidade, com largura, porém, de $^3/_4$ ms.?

**1120.** — Uma fortaleza guardada por 1600 homens, possue viveres para 7 mezes, cabendo 75 Dgs. diarios a cada homem; a quantas pessôas se devem reduzir a guarnição afim de que, dando somente 70 Dgs. a cada homem, se tenham viveres para 16 mezes?

## CAPITULO II

## Juros, desconto commercial ou por fóra, repartição proporcional e regra de sociedade

### § 1.° — Juros simples

**264.** — Chama-se *capital* uma somma de dinheiro, ou qualquer outro valor, do qual se possa tirar um lucro.

**265.** — *Renda* é mais propriamente o lucro *annual* proveniente de um capital qualquer.

**266.** — *Juro ou premio* é o rendimento proveniente de uma quantia emprestada durante um espaço de tempo mais ou menos longo.

**267.** — *Taxa* é juro do capital 100 mil reis emprestado durante um anno.

Assim, si uma quantia está emprestada sob condição de que cada 100 mil réis desta somma produza 5 mil reis de juros por anno, a *taxa* é 5; e a quantia, ou o capital se diz emprestado a 5 por 100, o que se indica 5%.

**268.** — O juro dum capital depende: da grandeza do capital, do tempo durante o qual o capital rende juros e da taxa, aos quaes elle é directamente proporcional. Num problema sobre juros entram, pois, quatro quantidades: o capital, o tempo, a taxa e o juro, das quaes tres são sempre conhecidas e determina-se a quarta, que é a incognita.



**269.** — ***1.° Problema*** — *Determinar os juros annuaes de 6:000$000, emprestados a 5% ?*

O tempo sendo um anno, este problema póde-se enunciar do modo seguinte: — *Si o capital 100$000 produz 5$000 de juros, quanto produzirá, no mesmo tempo, o capital 6:000$000?*

Ora, tal questão é uma regra de tres simples, e tem-se a *disposição*

| **Capitaes** | **Juros** |
|---|---|
| 100 | 5 |
| 6000 | $x$ |

e a proporção:

$100 : 6000 :: 5 : x$, donde os juros procurados serão

$$x = \frac{5 \times 6000}{100} = 300 \text{ mil reis}$$

**270.** — ***Regra.*** *Para resolver um problema sobre juros quando o tempo é 1 anno, escreve-se a proporção.*

**100 : capital : : taxa : juros,**

*pondo o $x$ no logar da quantidade desconhecida e, resolvendo a proporção, obtem-se esta quantidade desconhecida.*

**271.** — ***2.° Problema.*** *Uma certa quantia, emprestada a 4 %, produziu 1:080$000 de juros em 5 annos. Qual era esta quantia?*

Si 100 mil reis produzem 4 mil reis em 1 anno, em 5 annos produzirão $4 \times 5$ mil reis. O problema pode, pois, se enunciar assim: — *Si o capital 100 mil reis rende 4 $\times$ 5 mil reis, que capital será necessario para, durante o mesmo espaço de tempo, render 1:080 mil reis?*

Tal questão entra na regra de tres composta, e tem-se:

| Capitaes | Juros |
|---|---|
| 100 | $4 \times 5$ |
| $x$ | 1080 |

donde $100 : x :: (4 \times 5) : 1080$

A somma procurada é $x = \frac{108 \times 100}{4 \times 5} = 5400$ mil reis $=$ $= 5{:}400\$000$.

A proporção obtida mostra que se deve adoptar a regra seguinte:

**272.** — *Regra. Para resolver um problema sobre juros escreve-se a proporção*

**100 : capital : : (taxa × tempo) : juros,** *pondo o $x$ no logar da quantidade desconhecida e, resolvendo a proporção, obtem-se esta quantidade desconhecida.*

**273.** — *Observação.* No commercio conta-se o anno como tendo 360 dias, e o mez 30. Assim, si em um problema sobre juros o tempo é expresso em mezes ou dias deve-se reduzil-o a fracção do anno, considerando cada dia como $^1/_{360}$ do anno. Por exemplo, 3 mezes e 20 dias se exprimirão como $^{110}/_{360}$ ou $^{11}/_{36}$ do anno.

Si o tempo é expresso em mezes, vae tambem reduzido a fracção do anno, considerando cada mez como $^1/_{12}$ do anno. Assim 2 annos e quatro mezes se indicarão como $^{28}/_{12}$, do anno ou $^7/_3$.

## Methodo de reducção á unidade

**274.** — No problema precedente a *disposição* dos dados pode-se fazer do modo seguinte:

| Juros | Tempos | Capitaes |
|---|---|---|
| 4 | 1 | 100 |
| 1080 | 5 | $x$ |

e depois resolver o problema pelo methodo de reducção á unidade, como se segue:



1.°) Para se terem 4 mil reis de juros em um anno, é neccessario o capital 100 mil reis;

2.°) Para se ter 1 mil reis de juros em 1 anno, é neccessario um capital 4 vezes menor, ou $\frac{100}{4}$;

3.°) Para se terem 1080 mil reis de juros em um anno, é neccessario um capital 1080 vezes maior, seja $\frac{100 \times 1080}{4}$;

4.°) Para se terem 1080 mil reis de juros em 5 annos, é neccessario um capital 5 vezes menor, seja $\frac{100 \times 1080}{4 \times 5}$; o que dá o capital de 5:400$000.

### QUESTIONARIO

181. — Que se entende por capital? 182.—Que é renda? 183. — Que é juro? 184. — Que é a taxa de juros? 185 — De que depende o juro de um capital? 186. — Quantas quantidades entram num problema sobre juros? 187. — Enuncie a regra para o caso em que o tempo seja um anno. 188. — Enuncie a regra geral. 189. — Como se procede no caso do tempo ser expresso em mezes ou em dias?

## Problemas sobre juros

**1121.** — Quaes são os juros de 700$000 a $4^1/_2$ % durante 5 annos?

**1122.** — Emilio collocou 18:000$000 a 5 %; quanto tempo deve ficar este capital a juros, para lhe render 2:700$000?

**1123.** — Apollonio colloca a 5 % o valor de 459 ms. de panno, vendido a 8$400 o metro; que renda vae perceber?

**1124.** — A que taxa se deve collocar 110:047$000 para se ter uma renda de 5:502$375?

**1125.** — Em quanto tempo 305:534$400, collocado a 5%, produzirão 45:830$160 de juros?

**1126.** — Qual é mais vantajoso: collocar 16:870$000 a $4^1/_2$% ou comprar um campo que dê uma renda de 759$150?

**1127.** — Tomei 9:840$000 emprestados a 6 %; quanto devo pagar, capital e juros, no fim de 9 mezes?

**1128**. — Quaes são os juros de 60:000$000, collocados a $4^1/_2$% durante 25 annos?

**1129**. — Belisario recebe annualmente 4:438$200 de juros de um capital collocado a 5 %; qual é este capital?

**1130**. — Ananias, que tomou emprestado a 6% a quantia de 950$000, pagou ao seu credor 1:230$000; durante quanto tempo elle esteve com o dinheiro?

**1131**. — Qual é o capital que, posto a juros a 5 %, rendeu 204$000 em 2 annos e 4 mezes?

**1132**. — A que taxa se devem emprestar 420$000 para se terem 100$800 de juros no fim de 3 annos?

**1133**. — Um negociante comprou 25 ms. de tapete a razão de 50$000 o metro; qual deve ser o preço da venda para ganhar 9 %?

**1134**. — Quantos kilogrammas de seda de 94$000 o Kg. se podem comprar com uma quantia que, collocada a 5 %, rende 1:974$000 annualmente?

## § 2.° — Desconto commercial ou por fóra

***275***. — Chama-se ***desconto*** o abatimento feito em uma divida paga antes da epoca marcada.

***276***. — Póde-se considerar o desconto como um juro que se subtrahe do capital, ao envez de lh'o sommar. Assim, calcula-se o desconto, como os juros, á razão de uma *taxa* por 100, e, empregando as proporções, adoptar-se-á a mesma formula, isto é:

*100 : divida : : (taxa × tempo) : desconto*

***277***. — ***Problema***. — *Devo pagar a Caio 600$ no praso de 9 mezes; tendo elle, porém, necessidade de dinheiro, offerece-me 7 °/₀ de desconto si lhe pago immediatamente, e eu acceito a proposta. Que reducção soffreu a divida e quanto devo pagar-lhe?*

O tempo 9 mezes equivale a $^9/_{12}$ ou $^3/_4$ do anno; tem-se pois:

$$100 : 600 :: (7 \times {}^3/_4) : x, \text{ donde}$$

$$x = \frac{600 \times 7 \times {}^3/_4}{100} = \frac{600 \times 7 \times 3}{100 \times 4} = 31\$500.$$

A reducção da divida foi de 31$500, e devo-lhe pagar 600 — 31,500 = 568$500.



QUESTIONARIO

190. — Que é desconto? 191 — Que formula se adopta para calcular o desconto?

## Problemas sobre o desconto

**1135**. — Que desconto soffreram 40:000$000 a 3 °/₀, pagos 6 mezes antes do prazo?

**1136**. — Que reducção soffreram 1:766$000 pagos $4^1/_2$ mezes antes do prazo marcado, si o desconto foi de 8 °/₀?

**1137**. — Que reducção soffre a quantia de 1:865$750 paga 11 mezes antes do vencimento, com um desconto de 6 °/₀?

**1138**. — Antecipando-se de 5 mezes o pagamento de uma divida de 600$000, gozou-se uma reducção de 10$000; qual foi a taxa para o calculo do desconto?

**1139**. — Jeronymo tendo comprado cereaes no valôr de 5:400$000, pagaveis dentro de 8 mezes, liquidou sua conta 2 mezes depois da compra; quanto desembolsou si o desconto foi de 4 °/₀?

**1140**. — Vendi um terreno por 72:000$000 pagaveis dentro dum anno, concedendo ao comprador $5^1/_2$ °/₀ de desconto, caso elle antecipasse o pagamento; ora elle me fez um unico pagamento de 68:700$000. Depois de quantos mezes me fez elle este pagamento?

**1141**. — Devo 2:571$100, do quaes 1:041$600 pagaveis no prazo de 10 mezes, 615$000 pagaveis dentro de 8 mezes e o restante no prazo de 22 mezes; quanto desembolsei, fazendo o pagamento já, com o desconto de 4 °/₀?

**1142**. — Um droguista comprou 5 pacotes de sulfato, pesando 7 Kgs. cada um, a razão de 250$000 o quintal metrico, pagaveis no prazo de 9 mezes; no caso de antecipar o pagamento concedem-lhe o desconto de 5 °/₀; pagando no fim de um mez, quanto deve desembolsar?

**1143**. — Simão deve a Benedicto 2:571$100, dos quaes 1:041$600 pagaveis dentro de 18 mezes e o restante no prazo de 22 mezes; prómptifica-se a fazer o pagamento immediato com o desconto de 4 °/₀; quanto vae desembolsar?

## § 3.° — Regra de repartição proporcional e de sociedade

***278***. — Chama-se regra de ***repartição proporcional*** a que ensina dividir uma quantidade em

partes proporcionaes a numeros dados, isto é, em partes taes que a razão dos numeros que exprimem duas dessas partes seja egual á razão dos numeros dados correspondentes.

**279. — Problema.** — *Por occasião de uma corrida de bicycleta seria distribuido entre os tres primeiros vencedores um premio de 4:400$000, proporcionalmente aos numeros 10, 8 e 4. Quanto caberá a cada um?*

Os tres premios devem estar entre si como estão entre si os numeros 10, 8, 4. Ora, a somma destes numeros sendo 22, isto significa que os 4:400$000 se devem dividir em 22 partes eguaes, dando-se depois 10 destas partes ao vencedor em 1.º lugar, 8 ao vencedor em 2.º lugar e 4 ao vencedor em 3.º lugar.

A operação pode-se indicar do modo seguinte:

$$10 + 8 + 4 = 22$$

$\frac{4400}{22} \times 10 = 2:000\$000$ ao vencedor em 1.º lugar

$\frac{4400}{22} \times 8 = 1:600\$000$ » » » 2.º »

$\frac{4400}{22} \times 4 = 800\$000$ » » » 3.º »

**280. — Regra.** *Divide-se o numero a se repartir pela somma dos numeros proporcionaes ás partes e, cada parte obtem-se, multiplicando o quociente obtido pelos numeros proporcionaes a cada uma das partes respectivamente.*

**281.** — Chama-se ***regra de sociedade*** a que ensina repartir por diversos ***socios*** o lucro ou a perda duma empresa commum.

A quota de ganho ou de perda de cada socio deve ser proporcional ao capital com que elle entrou para empresa commum, ou sociedade. Percebe-



se, portanto, que a regra de sociedade nada mais é sinão uma applicação da regra de repartição proporcional.

A regra de sociedade será ***simples*** quando os capitaes dos diversos socios forem empregados durante o mesmo *tempo*; será *composta* si os diversos capitaes estiverem na sociedade durante espaços de tempo deseguaes.

**282. — 1.º Problema.** *Tres socios empregaram numa empresa commercial: o 1.º 2:600$000, o 2.º 5:200$000, o 3.º 7:800$000, tiveram um lucro de 9:360$000. Devendo-se repartir este lucro proporcionalmente aos capitaes, quanto tocará a cada socio?*

Operando como no exemplo precedente, tem-se:

$$2:600 + 5:200 + 7:800 = 15:600\$000$$

$\frac{9360}{15600} \times 2600 = 0,6 \times 2600 = 1:560\$000$ ao 1.º socio

$\frac{9360}{15600} \times 5200 = 0,6 \times 5200 = 3:120\$000$ » 2.º »

$\frac{9360}{15600} \times 7800 = 0,6 \times 7800 = 4:680\$000$ » 3.º »

**283. — 2.º Problema.** *Dois socios ganharam 1:500$000; o 1.º entrára com 3:000$000 por 15 mezes, e o 2.º com 5:500$000 por 10 mezes. Qual será o lucro de cada um?*

Para resolver este problema de regra de sociedade composta observe-se que o capital 3:000$000 deu em 15 mezes, o mesmo lucro que teria dado o capital 3000 × 15, seja 45:000$000 num mez; e analogamente, o capital 5:500$000 deu, em 10 mezes, o mesmo lucro que teria dado o capital 5:500 × 10, seja 55:000$000 num mez.

Pode-se, pois suppor que o 1.º socio tenha entrado com 45:000$000 por um mez e que o 2.º

com 55 : 000$000 por um mez, e tem-se transformado o problema numa regra de sociedade simples.
A operação é, portanto, a seguinte:

$$3000 \times 15 = 45:000\$000$$
$$5500 \times 10 = 55:000\$000$$
$$45000 + 55000 = 100:000\$000$$

$$\frac{1500 \times 45000}{100000} = 15 \times 45 = 675\$000 \text{ ao 1.º socio}$$

$$\frac{1500 \times 55000}{100000} = 15 \times 55 = 825\$000 \text{ ao 2.º socio.}$$

QUESTIONARIO

192. — Que é a regra de repartição proporcional.— Enuncie a regra para repartir um numero em partes proporcionaes a numeros dados. 194. — Que é a regra de sociedade? 195. — Quando se diz simples? composta?

## Problemas sobre a regra de sociedade

**1144**. — José e Eurico constituiram-se em sociedade por 5 annos, entrando o 1.º com 7:000$000 e o 2.º com 8:000$000; qual foi o lucro de cada um si o lucro total foi de 12:000$000?

**1145**. — De 5 pessôas que se associaram, a 1.ª empregou 800$000, a 2.ª, 400$000 mais do que a 1.ª e 3.ª, 400$000 mais do que a 2.ª e assim successivamente; o lucro total foi 1:800$000. Quanto coube a cada socio?

**1146**. — Quatro socios fizeram uma sociedade com o capital 20:000$000 e, ao dissolvel-a o 1.º teve 800$000 de lucro, o 2.º 600$000, o 3.º 700$000, o 4.º 500$000. Com quanto entrou cada um?

**1147**. — Tres jardineiros, tendo-se reunido para o cultivo de um jardim, ganharam 260$000; tendo o 1.º trabalhado 12 dias o 2.º 15 e o 3.º, 25, pergunta-se quanto toca a cada um sendo o lucro proporcional aos dias de trabalho.

**1148**. — Flavio, ao morrer, deixou a seus 4 filhos 12:600$ para serem repartidos do modo seguinte: 6 partes ao primogenito, 5 partes ao 2.º, 4 ao 3.º e 3 ao ultimo. Qual será a parte de cada um?



**1149**. — Christophoro querendo soccorrer tres familias pobres, destina-lhes 2:400$000; determinar a parte de cada uma em proporção do numero de seus membros, sabendo que a 1.ª consta de 5 pessôas, a segunda de 7 e a 3.ª de 8.

**1150**. — Dois socios montáram negocio com 4:900$000 de capital e tiveram um lucro que está para o capital total como 5 está para 35; o capital do 1.º sendo o triplo do lucro, qual é o lucro total, a entrada e o lucro de cada um?

**1151**. — Thomaz e Matheus ganháram 1:300$000 sobre um capital de 3:000$000; com que capital entrou cada um sabendo-se que o lucro do 1.º é igual ao do 2.º mais 260$000?

# Appendice

## Medidas antigas, numeros complexos, raiz quadrada, cambio

### CAPITULO I

### MEDIDAS ANTIGAS

### § 1.° Medidas brazileiras

#### 1.° — Comprimento

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Legua brazileira | tem | 3000 braças, | vale | 6600 ms. |
| Legua Maritima | » | 3 milhas, | » | 5555 ms. |
| Milha brazileira | » | 100 braças, | » | 2200 ms. |
| Milha Maritima | » | 481 3/4 braças, | » | 1852 ms. |
| Passo | » | 5 pés, | » | 1m. 65 |
| Pé | » | 1 1/2 palmo, | » | 0m. 33 |
| Palmo | » | 8 pollegadas, | » | 0m. 22 |
| Pollegada | » | 12 linhas, | » | 0m. 0275 |
| Linha | » | 12 pontos, | » | 0m. 00229 |
| Ponto | | | » | 0m. 000191 |
| Braça | » | 2 varas, | » | 2ms. 20 |
| Vara | » | 5 palmos, | » | 1m. 10 |
| Toesa | » | 9 | » | 1m. 98 |
| Jardas | » | 4 | » | 0m. 88 |
| Covado | » | 3 | » | 0m. 66 |
| Corda | » | 15 | » | 3m. 30 |
| Estadio | » | 125 passos, | » | 206m. 25 |



#### 2. — Superficie

| | | |
|---|---|---|
| Legua quadrada | = | 43 Km. q., 56 |
| Milha quadrada | = | 4 Km. q., 84 |
| Alqueire de Minas | = | 4 Ha., 84 |
| Alqueire de São Paulo | = | 2 Ha., 42 |
| Geiras | = | 19 ares., 36 |
| Tarefa (Bahia) | = | 43 ares., 58 |
| Braça quadrada | = | 4 m. q., 84 |
| Pé quadrado | = | 0. m q., 1089 |
| Palmo quadrado | = | 0. m q., 0484 |
| Pollegada quadrada | = | 7 cm. q., 5625 |
| Linha quadrada | = | 5 mm. q., 2533 |
| Ponto quadrado | = | 0 mm. q., 0365 |

#### 3. — Volume

| | | |
|---|---|---|
| Braça cubica | = | 10 m. c., 648 |
| Pé cubico | = | 35 dm. c., 957 |
| Palmo cubico | = | 10 dm. c., 648 |
| Pollegada cubica | = | 20 cm. c., |
| Linha cubica | = | 12 mm. c., 0404 |
| Ponto cubico | = | 0 mm. c., 0069 |

#### 4. — Capacidade (Liquidos)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Tonnel | tem | 2 pipas | e vale | 860 ls. |
| Pipa | » | 15 almudes | » » | 480 ls. |
| Almude | » | 2 potes | » » | 31 ls., 96. |
| Pote | » | 6 canadas | » » | 15 ls., 95. |
| Canada | » | 4 quartilhos | » » | 2 ls., 66. |
| Quartilho | » | 4 martellinhos | » » | 0 ls., 165. |

#### 5. — Capacidade (Seccos)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Moio | tem | 15 fangas | e vale | 2176 ls., 20 |
| Fanga | » | 4 alqueires | » » | 145 ls., 08 |
| Alqueire | » | 4 quartas | » » | 36 ls., 27 |
| Quarta | » | 4 selamins | » » | 36 ls., 07 |
| Selamin | » | | » » | 2 ls., 27 |

### 6. — Peso

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tonellada (1) | tem $13^{1}/_{2}$ quintaes | e vale | 793 kgs., 236 |
| Quintal (2) | » 4 arrobas | » » | 58 kgs., 750 |
| Arroba (3) | » 32 libras | » » | 14 kgs., 689 |
| Libra (4) | » 2 marcos | » » | 459 grs., 050 |
| Marco | » 8 onças | » » | 229 grs., 525 |
| Onça | » 8 oitavas | » » | 27 grs., 690 |
| Oitava | » 72 grãos | » » | 3 grs., 586 |
| Grão | » | » » | 0 grs., 0498 |
| Escropulo (pedras preciosas) | tem 6 quilates | » » | 1 grs., 1953 |
| Quilate | » 4 grãos | » » | 9 grs., 1992 |

## § 2.º — Medidas inglezas usadas no Brazil

### 7. — Comprimento

| | | | |
|---|---|---|---|
| Jarda imperial | | = | 0 ms., 9143 |
| Cabo inglez | = 820 jardas | = | 201 ms., 1643 |
| Milha ingleza | = 1760 » | = | 1609 ms., 3149 |
| Vara ingleza | = $5^{1}/_{2}$ » | = | 5 ms., 0291 |
| Braça ingleza | = 2 » | = | 1 ms., 8287 |
| Pé inglez | = $^{1}/_{3}$ da » | = | 0 ms., 3047 |
| Pollegada ingleza | = $^{1}/_{36}$ da » | = | 0 ms., 0253 |

### 8. — Capacidade

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gallon imperial | | = | 4 ls., 5434 |
| Bushel | = 8 gollons | = | 36 ls., 3472 |
| Peck | = 2 » | = | 9 ls., 0868 |
| Pottle | = $^{1}/_{2}$ do gallon | = | 2 ls., 2717 |
| Quarta | = $^{1}/_{4}$ » » | = | 1 l., 1358 |
| Pinto | = $^{1}/_{8}$ » » | = | 0 l., 5679 |

---

(1) A tonelada e o quintal metrico valem respectivamente 1000 Kgs. e 100 Kgs.

(2) Actualmente a arroba usada é a metrica, que vale 15 Kgs.

(3) A libra metrica vale 500 grs.



## § 3.º — Medidas do tempo

*9.* — Chama-se *dia* o tempo que a terra emprega em executar um giro sobre si mesma.

### 10. — Unidades de tempo

| | |
|---|---|
| Seculo | tem 20 lustres e vale 100 annos |
| Lustre | » 5 annos |
| Anno civil | » 365 dias e vale 12 mezes |
| Anno commercial | » 360 » » » 12 mezes commerciaes |
| Mez commercial | tem 30 dias |
| Dia | » 24 horas |
| Hora | » 60 minutos |
| Minuto | » 60 segundos |
| Segundos | » 60 terços |

*11.* — O anno ***civil***, isto é, o anno tal como se o considera, consta de 365 dias, distribuidos por 12 mezes como seguem:

| | | |
|---|---|---|
| Janeiro | com 31 | dias |
| Fevereiro | » 28 | » (29 dias quando bissexto) |
| Março | » 31 | » |
| Abril | » 30 | » |
| Maio | » 31 | » |
| Junho | » 30 | » |
| Julho | » 31 | » |
| Agosto | » 31 | » |
| Setembro | » 30 | » |
| Outubro | » 31 | » |
| Novembro | » 30 | » |
| Dezembro | » 31 | » |

***Observação.*** — De quatro em quatro annos, o anno civil consta de 366 dias e chama-se, então, anno *bissexto,* no qual o mez de fevereiro conta 29 dias.

## CAPITULO II

# Numeros complexos

## § 1.º — Definições e transformações

*12.* — Chama-se *numero complexo* o que representa uma grandeza, por meio da unidade e seus submultiplos, sem que estes sejam partes decimaes da unidade.

**Exemplos**: — 1.º) *12 dias 4 horas 50 minutos 12 segundos*; 2.º) *3 arrobas 7 libras 4 onças 6 oitavas.*

***13.* — *1.ª Transformação.*** *Reduzir um numero complexo a unidades da menor subdivisão.*

Reduza-se a minutos o seguinte numero complexo:

10 d. 18 h. 30 m.

1.º Um dia tem 24 horas, 10 dias terão 10 vezes mais horas, isto é, $24 \times 10 = 240$ horas.

240 horas + 18 horas = 258 horas.

2.º) Uma hora tem 60 minutos, 258 horas, terão 258 vezes mais minutos, isto é, $258 \times 60 = 15480$ minutos.

15480 minutos + 10 minutos = 15510 minutos.

Logo: 10 d. 18 h. 30 m. = 15510 m.

*Disposição dos calculos*

$$\begin{array}{rr} & 24 \\ & \times\ 10 \\ \hline = & 240 \\ & +\ 18 \\ \hline = & 258 \\ & \times\ 60 \\ \hline = & 15480 \\ & +\ 30 \\ \hline = & 15510 \end{array}$$

***14.* — *2.ª Transformação.*** *Restituir á forma complexa um numero expresso em unidades inferiores.*

Determine-se o numero de dias, horas e minutos que se encerram em 15510 minutos.

1.º) Uma hora contendo 60 minutos, o numero de vezes que 60 minutos couber em 15510 minutos representa o numero de horas; tem-se $15510 : 60 = 258$ horas e $\frac{30}{60}$ da hora = 2[illegible]

*Disposição dos calculos*

$$\begin{array}{l|l|l} 15510\ \text{m.} & 60\ \text{m.} & \\ \quad 351 & \overline{258\ \text{h.}} & 24\ \text{h.} \\ \quad 510 & & \\ \text{Resto} = 30\ \text{m.} & \text{Resto} = 18\ \text{h.} & 10\ \text{d.} \end{array}$$

(*) Abreviadamente se escreve: 1.º) 12 d. 4 h. 50 [illegible] 12 s; 2.º) 3@. 7 lb. 4 on. 6 oit.



horas e $\frac{30}{60}$ do numero de minutos que se contêm numa hora = 258 horas e $\frac{30}{60} \times 60$ minutos = 258 horas e 30 minutos; o resto da 1.ª divisão dá, pois, o numero de minutos.

2.º) Num dia ha 24 horas; logo o quociente da divisão de 258 horas por 24 horas dá o numero de dias; este quociente é $258 : 24 = 10$ dias e $\frac{18}{24}$ do dia = 10 dias e $\frac{18}{24}$ do numero de horas que se acham num dia = 10 dias e $\frac{18}{24} \times 24$ horas = 10 dias e 18 horas; o resto da 2.ª divisão fornece o numero de horas.

Assim 15510 m. = 10 d. 18 h. 30 m.

***15.* — *3.ª Transformação.*** *Reduzir um numero complexo á forma de fracção ordinaria da unidade ou de um de seus submultiplos.*

*1.º Exemplo*: — Reduzir 4 braças, 5 palmos, 3 pollegadas (*) a uma expressão fraccionaria indicando braças.

Por meio da 1.ª transformação o numero acima torna-se 363 pp.; por outro lado 1 braça corresponde a $1 \times 10 \times 8 =$ pp. Logo o numero de braças que se acham em 363 pp. é dado por uma expressão fraccionaria que indique o quociente de 363 pp. por 80 pp.; é egual a $\frac{363}{80}$ braças.

*2.º Exemplo*: — Reduzir 4b. 5p. 3pp. a uma expressão fraccionaria, indicando palmos.

Por meio da 1.ª transformação o numero acima torna-se 363pp.; por outro lado o palmo tem 8 pollegadas; logo o numero de palmos que se acham em 363pp. é dado por uma expressão fraccionaria que indique o quociente de 363pp. por 8p., é egual a $\frac{363}{8}$ palmos.

Assim 4b. 5p. 3pp. = $\frac{363}{8}$ palmos.

(*) Escreve-se abreviadamente: 5 b. 5 p. 3 pp.

*3.º Exemplo.* — Reduzir 5p. 3pp. a uma fracção da braça.

A 1.ª transformação torna o numero acima egual a 43pp., e o numero de braças contido em 43pp. é dado pelo quociente de 43pp. pelo numero de pollegadas que se acham numa braça; ora 1 braça vale 80pp.; este quociente é pois $\frac{43pp.}{80pp.}$

Assim 5p. 3pp. $= \frac{43}{80}$ da braça.

*16.* — *4.ª Transformação. Restituir á forma complexa um numero representado por expressão fraccionaria.*

*1.º Exemplo:* — Achar quantas braças, palmos e pollegadas se contêm em $\frac{363}{80}$ braças.

Si cada braça vale 80pp., $\frac{363}{80}$ braças valerão $\frac{363}{80}$ vezes mais pollegadas, isto é, $\frac{363}{80} \times 80 = 363$pp. que, de accordo com a 2.ª transformação, se torna 4b. 5p. 3pp.

Assim $\frac{363}{80}$ braças $=$ 4b. 5p. 3pp.

*2.º Exemplo.* — Achar quantos palmos e pollegadas se contêm em $\frac{43}{80}$ da braça.

Si cada braça vale 80 pollegadas, $\frac{43}{80}$ da braça valerão $\frac{43}{80}$ vezes mais pollegadas, isto é, $\frac{43}{80} \times 80$ pollegadas $=$ 43pp. que, de accordo com a 2.ª transformação, se torna 5p. 3pp.

Assim, $\frac{43}{80}$ da braça $=$ 5p. 3pp.



## § 2.º Operações sobre numeros complexos. (*)

### Addição

*17.* — Esta operação só se realiza com grandezas da mesma especie.

| *1.º Exemplo.* | *2.º Exemplo.* |
|---|---|
| + 15h 45m 36s | + 2@ 4lb 5on. |
| + 18h 25m 54s | + 4@ 10lb 10on. |
| + 9h 10m 49s | + 8@ 14lb 12on. |
| = 43h 22m. 19s. | = 15@ 1h. 11on. |

No 1.º exemplo a somma dos segundos é 139s. que, pela segunda transformação equivale a 2m. 19s.; escrevem-se os 19s. e sommam-se os 2m. com os minutos da segunda columna, obtendo-se 82m. ou (2.ª transformação) 1h 22m; escrevem-se os 22m e somma-se 1h. com a columna das horas, obtendo-se 43h.

No segundo exemplo opera-se de modo analogo.

### Subtracção

*18.* — Esta operação só se realisa com numeros exprimindo grandezas da mesma especie, e comprehende dois casos:

1.º Todos os numeros que representam as differentes unidades do *minuendo* são *maiores* do que os seus correspondentes do *subtrahendo*.

2.º Alguns numeros que representam as differentes unidades do *minuendo* são *menores* do que os seus correspondentes do *subtrahendo*.

*1.º Caso. Subtracção na qual todos os numeros, que representam as differentes unidades do minuendo,*

(*) Para se realisarem as quatro operações sobre os numeros complexos ha outros processos, além do que se adopta neste curso que, sendo elementar e pratico, deve seguir um só: o que se suppoz de mais facil comprehensão e mais expedito.

*são maiores do que os seus correspondentes do subtrahendo.*

Subtrahir 23h. 19m. 15s. de 145h. 36m. 24s.

Este caso não necessita de outras explicações sinão as que já se deram para o 1.º caso da subtracção de numeros expressos no systema decimal, e effectua-se com a seguinte disposição.

| | |
|---|---|
| *Minuendo* | 145h. 36m. 24s. |
| *Subtrahendo* | 23h. 19m. 15s. |
| *Resto* = | 122h. 17m. 9s. |

*2.º Caso. Subtracção em que alguns numeros que representam as differentes unidades do minuendo são menores do que os seus correspondentes do subtrahendo.*

Seja subtrahir 16d. 22h. 43m. de 28d. 13h. 15m.

1.º) Não se podendo subtrahir 43m. de 15m., das 13 horas do subtrahendo toma-se uma hora, seja 60 minutos, que se sommam aos 15 minutos, o que dá 75 minutos e fica o subtrahendo transformado em 28d. 12h. 75m.

2.º) Não se podendo subtrahir 22 horas de 12, dos 28 dias do subtrahendo toma-se um, ou sejam 24 horas, que se sommam ás 12 do subtrahendo transformado, o que dá 36 horas, e tem-se operado no subtrahendo uma segunda transformação pela qual elle se torna 27d. 36h. 75m.

Com estas transformações a operação tornou-se possivel, pois recahimos no 1.º caso.

| | |
|---|---|
| *Minuendo* | 27d. 36h. 75m. |
| *Subtrahendo* | 16d. 22h. 43m. |
| *Resto* = | 11d. 14h. 32m. |



## Multiplicação

*19.* — Esta operação realisa-se, em geral, com numeros exprimindo grandezas de naturezas differentes e excepcionalmente com numeros que representam grandezas da mesma natureza.

A multiplicação de numeros complexos apresenta tres casos:

1.º Multiplicar um numero complexo por um numero abstracto;

2.º Multiplicar um numero complexo por um numero incomplexo concreto;

3.º Multiplicar um numero complexo por um outro tambem complexo.

***1.º Caso** — Multiplicação de um numero complexo por um numero abstracto.*

O producto é da mesma natureza que a do numero complexo.

***Exemplo.** — Um viajante gasta 3 h. 4 m. 35 s. para percorrer certo trajecto; quanto tempo empregaria si tivesse que percorrer um trajecto 4 vezes maior?*

Chega-se ao resultado multiplicando o numero complexo pelo abstracto e o producto será um numero exprimindo medida de tempo.

Reduzindo o numero complexo a fracção ordinaria da unidade maior (3.ª transformação), isto é, da hora, obtêm-se $\frac{11075}{3600}$ da hora; esta fracção multiplicada por 4 dá $\frac{44300}{3600}$ horas.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa (4.ª transformação), ter-se-ão:

12 horas e $\frac{11}{36}$ da hora = 12 horas e $\frac{11}{36}$ do numero

de minutos contidos numa hora $= 12$ horas e $\frac{11 \times 60}{36}$ minutos $= 12$ horas, 18 minutos e $\frac{1}{3}$ do numero de segundos contidos num minuto $= 12$ horas, 18 minutos e $\frac{1 \times 60}{3}$ segundos $=$ ***12 horas, 18 minutos e 20 segundos = Resposta.***

**2.º Caso.** — *Multiplicação de um numero complexo por um numero incomplexo e concreto.*

Dar-se-ão, para este caso 4 exemplos: nos dois 1.os os numeros representam grandezas da mesma natureza e nos dois ultimos os numeros exprimem grandezas de differentes naturezas.

**1.º Exemplo.** — *Determinar a area de um rectangulo cuja base mede 8b. 3p. 4pp. e que tem uma altura de 3 braças.*

Chega-se ao resultado, multiplicando a base pela altura e, problemas desta natureza, em que se pedem superficie ou volume, são os casos excepcionaes que admittem a multiplicação de um numero complexo por um outro numero exprimindo grandeza da mesma natureza.

Reduzindo o numero complexo a fracção da unidade maior (3.a transformação), isto é, da braça obtêm-se $\frac{668}{80}$ braças; esta fracção multiplicada por 3 braças dá $\frac{2004}{80}$ braças quadradas.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa (4.a transformação), ter-se-ão:

25 braças quadradas e $\frac{4}{80}$ da braça quadrada.

A reducção de $\frac{4}{80}$ da braça quadrada a palmos quadrados faz-se, considerando que a braça quadrada



é um quadrado que mede 10 palmos de lado (1 braça de lado) e contem, portanto, 100 palmos quadrados.

A fracção $\frac{4}{80}$ convertida em palmos quadrados dá, pois, $\frac{4 \times 100}{80}$ palmos quadrados $= 5$ palmos quadrados.

A area do rectangulo é pois o producto:

*25 braças quadradas e 5 palmos quadrados.*

**2.º Exemplo.** — *Determinar a area de um rectangulo, cuja base mede 8b. 3p. 4pp. e que tem uma altura de 8 palmos.*

Reduzindo os dois numeros, o complexo e o incomplexo, a fracção da mesma unidade maior, isto é, da braça obteem-se: para o complexo, $\frac{668}{80}$ braças, e para o incomplexo, $\frac{8}{10}$ da braça; estas duas fracções, multiplicadas entre si, dão $\frac{5344}{800}$ braças quadradas.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa obtem-se:

6 braças quadradas e $\frac{544}{800}$ da braça quadrada $=$

$= 6$ braças quadradas e $\frac{554}{800}$ do numero de palmos quadrados contidos numa braça quadrada $= 6$ braças quadradas e $\frac{544 \times 100}{800}$ palmos quadrados $=$

*= 6 braças quadradas e 68 palmos quadrados =*
*= Resposta.*

**3.º Exemplo.** — *Uma barra de ferro medindo 2.º 5p. 4pp. de comprimento custou 1 £; qual*

*seria o preço de uma barra de ferro da mesma secção cujo preço fosse 8 £?*

Si com 1 £ compram-se 2b. 5p. 4pp. de ferro em comprimento, com 8 £. comprar-se-ia um comprimento de ferro 8 vezes maior; o producto é, pois, um comprimento, é uma grandeza da mesma natureza que o complexo.

Reduzindo o numero complexo a fracção da unidade maior, obteem-se $\frac{204}{80}$ braças; esta fracção multiplicada por 8 dá $\frac{1632}{80}$ braças.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa, ter-se-ão:

20 braças e $\frac{32}{80}$ da braça = 20 braças e $\frac{32}{80}$ do numero de palmos contidos numa braça = 20 braças e $\frac{32 \times 10}{80}$ palmos = ***20 braças e 4 palmos*** = Resposta.

***4.° Exemplo.*** — *Uma barra de ferro medindo 2b. 5p. 4pp. de comprimento custou 1 £; qual seria o comprimento de uma barra da mesma secção cujo preço fosse 10 dinheiros?*

O resultado obtem-se multiplicando o complexo comprimento pelo incomplexo dinheiro.

Reduzindo o complexo a fracção da sua unidade maior, isto é da braça, e o incomplexo a fracção da sua unidade maior, isto é, da libra esterlina obteem-se: para o 1.°, $\frac{240}{80}$ braças e, para o 2.°, $\frac{10}{240}$ da £.; estas duas fracções multiplicadas entre si, dão $\frac{2040}{19200}$ da braça.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexo, teem-se:



0 braça e $\frac{2040}{19200}$ da braça = 0 braça e $\frac{2040}{19200}$ do numero de palmos contidos numa braça = 0 braça e $\frac{2040 \times 10}{19200}$ palmos = 0 braça, 1 palmo, e $\frac{1200}{19200}$ do palmo = 0 braça, 1 palmo e $\frac{1200}{19200}$ do numero de pollegadas contidas num palmo = 0 braça, 1 palmo e $\frac{1200 \times 8}{18200}$ pollegadas = ***0 braça, 1 palmo e $\frac{1}{2}$ pollegada = Resposta.***

***3.° Caso*** — *Multiplicação de um numero complexo por um outro tambem complexo.*

Para este caso dar-se-ão dois exemplos: no 1.° figuram numeros exprimindo grandezas da mesma natureza e no 2.° entram numeros que representam grandezas que não são da mesma natureza.

***1.° Exemplo.*** — *Determinar a area de um rectangulo cuja base mede* 8b. 3p. 4pp. *e que tem uma altura de* 2b. 4p. 3pp.

Reduzindo os dois numeros complexos a fracções da unidade maior respectivamente, obteem-se: para o 1.°, $\frac{668}{80}$ da braça, e para o 2.°, $\frac{195}{80}$ da braça; estas duas fracções multiplicadas entre si dão $\frac{130260}{6400}$ braças quadradas.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa, acham-se:

20 braças quadradas e $\frac{2260}{6400}$ da braça quadrada = 20 braças quadradas e $\frac{2260}{6400}$ do numero de pal-

mos quadrados contidos numa braça quadrada = 20 braças quadradas e $\frac{2260 \times 100}{6400}$ palmos quadrados = 20 braças quadradas, 35 palmos quadrados e $\frac{20}{64}$ do palmo quadrado = 20 braças quadradas, 35 palmos quadrados e $\frac{20}{64}$ do numero de pollegadas quadradas contidas num palmo quadrado = 20 braças quadradas, 35 palmos quadrados e $\frac{20 \times 64}{64}$ pollegadas quadradas = *20 braças quadradas, 35 palmos quadrados e 20 pollegadas quadradas = Resposta.*

*2.° Exemplo. — Uma barra de ferro medindo uma braça de comprimento pesa* 2 @ 4lb. 7 on.; *quanto vae pesar uma barra de ferro da mesma secção medindo, porém,* 2b. 7p. 6pp. *de comprimento?*

E' um problema cuja resposta se obtem, multiplicando entre si dois numeros complexos de naturezas differentes; a resposta é um peso.

Reduzindo cada um dos dois numeros complexos a fracções ordinarias das respectivas unidades maiores obteem-se: para o 1.°, $\frac{1095}{512}$ arrobas e, para o 2.°, $\frac{222}{80}$ braças; estas duas fracções multiplicadas entre si dão:

$$\frac{243090}{40960} \text{ arrobas.}$$

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa, tem-se:

5 arrobas e $\frac{38290}{40960}$ da arroba = 5 arrobas e $\frac{38290}{40960}$



do numero de libras contidas numa arroba = 5 arrobas e $\frac{38290 \times 3}{40960}$ libras = 5 arrobas, 29 libras e $\frac{117}{128}$ da libra = 5 arrobas, 29 libras e $\frac{117}{128}$ do numero de onças contidas numa libra = 5 arrobas, 29 libras e $\frac{117 \times 16}{128}$ onças = 5 arrobas, 29 libras, 14 onças e $\frac{5}{8}$ da onça = 5 arrobas, 29 libras, 14 onças e $\frac{5}{8}$ do numero de oitavas contidas numa onça = 5 arrobas, 29 libras, 14 onças e $\frac{5 \times 8}{8}$ oitavas = ***5 arrobas, 29 libras, 14 onças e 5 oitavas = Resposta.***

## Divisão

**20.** — Esta operação realisa-se com numeros exprimindo grandezas da mesma natureza, ou de naturezas differentes e apresenta tres casos:

1.° Dividir um numero complexo por um numero abstracto;

2.° Dividir um numero complexo por um numero incomplexo concreto;

3.° Dividir um numero complexo por um outro numero tambem complexo.

***1.° Caso.*** — *Divisão de um numero complexo por um numero abstracto.*

O quociente é da natureza do dividendo.

***Exemplo.*** — *Um viajante emprega* 12 h. 18 m. 20 s. *para percorrer um certo trajecto; quanto tempo empregaria si tivesse que percorrer um trajecto 4 vezes menor?*

A resposta obtem-se dividindo o numero complexo dado pelo abstracto 4 e o quociente é uma medida de tempo.

Reduzindo o numero complexo a fracção ordinaria da unidade maior, isto é, da hora, obtem-se $\frac{44300}{3600}$ horas; esta fracção dividida por 4 dá: $\frac{11075}{3600}$ horas.

Restituindo esta ultima fracção á forma complexa, teem-se:

3 horas e $\frac{275}{3600}$ da hora = 3 horas e $\frac{274}{3600}$ do numero de minutos contidos numa hora = 3 horas e $\frac{275 \times 60}{3600}$ minutos = 3 horas, 4 minutos e $\frac{2100}{3600}$ do numero de segundos contidos num minuto = 3 horas, 4 minutos e $\frac{2100 \times 60}{3600}$ segundos = ***3 horas, 4 minutos e 35 segundos = Resposta.***

*2.° Caso. — Dividir um numero complexo por um numero incomplexo concreto.*

Dar-se-ão, para este caso, 4 exemplos: nos dois primeiros figuram numeros representando grandezas da mesma natureza, nos dois ultimos entram numeros que exprimem grandezas que não são da mesma natureza.

***1.° Exemplo.*** *— Quantas vezes* 3 horas *estão contidas em 25h. 3m. 8s.?*

A resposta é um numero abstracto, que se obtem dividindo o numero complexo pelo incomplexo concreto.

Reduzindo o numero complexo a fracção ordinaria da unidade maior, obteem-se $\frac{90188}{3600}$ horas; está fracção dividida por 3 dá: $\frac{90188}{10800} = 8\frac{947}{2700}$ = ***Resposta.***

***2.° Exemplo.*** *— Quantas vezes 20 segundos estão contidos em 45h. 3m. 16s.?*

Reduzindo o numero incomplexo e o complexo, a fracções ordinarias da sua mesma unidade maior, obteem-se: para o 1.°, $\frac{20}{3600}$ da hora, e, para o 2.°, $\frac{162196}{3600}$ horas; a 2.ª fracção dividida pela 1.ª dá:

$\frac{162196}{3600} \times \frac{3600}{20} = 8109\frac{4}{5}$ = ***Resposta.***

***3.° Exemplo.*** *— Qual é o preço de uma libra de assucar si 120 libras custam 6£. 14s. 10d.?*

Á resposta chega-se dividindo o complexo pelo incomplexo de natureza differente e o quociente é da natureza do dividendo, isto é, medida de valor.

Reduzindo o complexo a fracção ordinaria da unidade maior, obteem-se: $\frac{1628}{240}$£.; esta fracção dividida por 120 dá: $\frac{1628}{240 \times 120}$ = 0£ e $\frac{407}{7200}$ da £. = 0£. e $\frac{407}{7200}$ do numero de shillings contidos numa £.=0£ e $\frac{407 \times 20}{7200}$ shillings=0£,1 s. e $\frac{47}{360}$ do shilling = 0.£, 1 s. e $\frac{47}{360}$ do numero de dinheiros contidos num shilling = 0£., 1 s. e $\frac{407 \times 12}{360}$ dinheiros = 0£., 1 s. e 13d.$\frac{17}{4}$ = ***Resposta.***

***4. Exemplo.*** *— Qual é o preço de uma libra de ouro, si 15 onças custam* 120£. 2s. 8d.?

A resposta é da natureza do dividendo e obtem-se dividindo o numero complexo pelo incomplexo.

Reduzindo o complexo e o incomplexo a fracções ordinarias das suas respectivas unidades maiores, obteem-se: para o 2.º, $\frac{28824}{240}$ £. e, para o 1.º, $\frac{15}{16}$ da libra; a 1.ª fracção dividida pela 2.ª dá: $\frac{28824}{240} \div \frac{15}{16} =$
$= \frac{28824 \times 16}{240 \times 15} = 128£.$ e $\frac{24}{225}$ do numero de shillings contidos numa libra $= 128£.$ e $\frac{24 \times 20}{225}$ shillings $=$ 128£ 2s. e $\frac{6}{45}$ do shilling $= 128£.$ 2s. e $\frac{6}{45}$ do numero de dinheiros contidos num shilling$=128£.$, 2s. e $\frac{6 \times 12}{45}$ dinheiros $= 128£.$ 2s. 1d. $\frac{28}{46} =$
$=$ *Resposta.*

*3.º Caso. — Divisão de um numero complexo por um outro tambem complexo.*

Dar-se-ão 4 exemplos: nos dois primeiros figuram numeros representando grandezas da mesma natureza e nos dois ultimos entram numeros que exprimem grandezas de naturezas differentes.

***1.º Exemplo.*** — *Quantas vezes 2£. 3s. 4d. estão contidos em 10£. 14s. 8d.?*

A resposta é um numero abstracto.

Reduzindo os dois numeros complexos a fracções ordinarias da mesma unidade maior, isto é, da libra esterlina, teem-se: para o 1.º, $\frac{520}{240}$ £. e, para o 2.º, $\frac{2576}{240}$ £; a 2.ª fracção dividida pela 1.ª dá:



$$\frac{2576}{240} \div \frac{520}{240} = \frac{2576 \times 240}{240 \times 520} = \frac{2576}{520} =$$
$$= 4\,\frac{62}{65} = \textit{Resposta}.$$

***2.º Exemplo.*** *Quantas vezes 3s. 4d. estão contidos em 10£. 14s. 8d.?*

Reduzindo os dois numeros complexos a fracções ordinarias da sua mesma unidade maior, isto é, da libra esterlina obteem-se: para o 1.º $\frac{40}{240}$ da £. e, para o 2.º, $\frac{2576}{240}$ £.; esta ultima fracção dividida pela 1.ª dá: $\frac{2576}{240} \div \frac{40}{240} = \frac{2576 \times 240}{240 \times 40} = \frac{2576}{40} =$
$= 64\frac{2}{5} =$ ***Resposta.***

***3.º Exemplo.*** — *Qual o preço de uma libra de ouro si 1lb. 15on. 3oit. custam 122£. 2s.?*

A resposta obtem-se dividindo o segundo pelo primeiro numero complexo e o quociente é da natureza do dividendo, isto é, medida de valor.

Reduzindo os dois numeros complexos a fracções ordinarias das suas respectivas unidades maiores, teem-se: para o 1.º $\frac{251}{128}$ lbs. e, para o 2.º, $\frac{29312}{240}$ £.; esta ultima fracção divida pela 1.ª dá:
$\frac{29312}{240} \div \frac{251}{128} = \frac{29312 \times 128}{240 \times 251} = 62.$ £. e $\frac{3066}{3765}$ do numero de shillings contidos numa libra esterlina$=62$ £. e $\frac{3066 \times 20}{3765}$ shillings$= 62$ £. 16s. e $\frac{72}{251}$ do shilling $= 62$ £.,

16s. e $\frac{72}{251}$ do numero de dinheiros contidos num shilling $=$ 62£. 16s. e $\frac{72 \times 12}{251}$ dinheiros $=$ 62£. 16s. 3d. $\frac{111}{251} =$ ***Resposta.***

4.º ***Exemplo.*** — *Qual é o preço de uma libra de ouro si 15 onças, 3 oit., custam 122£. 2s., 8d.?*

Reduzindo os dois numeros complexos a fracções ordinarias das suas respectivas unidades maiores, isto é, da libra peso e da libra esterlina respectivamente, obteem-se: para o 1.º, $\frac{123}{128}$ lbs. e, para o 2.º, $\frac{29312}{240}$ £; esta ultima fracção dividida pela 1.ª dá $\frac{29304}{240} \div$ $\div \frac{123}{128} = \frac{29312 \times 128}{240 \times 123} =$ 127£. e $\frac{181}{2745}$ da libra esterlina $=$ 172£. e $\frac{181 \times 20}{1845}$ shillings $=$ 127£. 1d. e $\frac{355}{369}$ do shilling $=$ 127£., 1d. e $\frac{355 \times 12}{369}$ dinheiros $=$ 127£., 1d. e 11d. $\frac{67}{123} =$ ***Resposta.***

## Questões importantes

*21.* — *1.ª* ***Questão.*** *Transformar um numero complexo em numero decimal.*

Exprimir em numero decimal de dias a duração do anno tropico que é de 365 d. 5h. 48m. 36s.

Reduzindo o numero proposto a fracção ordinaria do dia, tem-se 365 dias $\frac{1255896}{5184000}$; esta ultima fracção transformada em fracção decimal dá para duração do anno tropico:



365d., 2422639.

**22** — **2.ª** ***Questão.*** *Restituir a forma complexa a um numero decimal.*

O anno sideral consta de 365d., 2563835; exprimir este numero em dias, horas, minutos, etc.

Valendo um dia 24 horas, 0d., 2563835 valerá:

$24 \times 0{,}2553835 =$ 6h., 153204:

0h.,153204 vale $60 \times 0{,}153204 =$ 9m.,19224;

0m.,19224 vale $60 \times 0{,}19224 =$ 11s.,5344.

Assim o anno sideral conta:

365d. 6h. 11s.,5344.

## Exercicios e problemas sobre os numeros complexos

**1152.** — Quantos minutos ha numa semana?
**1153.** — Quantas horas ha em tres semanas e meia?
**1154.** — Quantas semanas ha em 218 horas?
**1155.** — Quantos dias ha em 2715840 minutos?
**1156.** — Quantos annos de 360 dias ha em 78840 horas?
**1157.** — Quantos segundos valem 36 horas?
**1158.** — Quantos dinheiros ha em 12 £ e 14 s.?
**1159.** — Quantos shillings ha em 12 £ e meia?
**1160.** — Quantas libras esterlinas ha em 125605 dinheiros?
**1161.** — Quantas libras esterlinas ha em 1920 shillings?
**1162.** — Quantas pollegadas ha em 108 braças e 5 palmos?
**1163.** — Em 16640 pollegadas quantas braças ha?
**1164.** — Qantos minutos valem os 125 millesimos de um dia?
**1165.** — Reduzir 10 £ — 5s. — 4d. a fracção ordinaria da libra esterlima.
**1166.** — Achar quantas horas, minutos e segundos vale a fracção $\frac{43500}{3600}$ da hora.

**1167.** — Achar quantas horas, minutos e segundos vale a fracção $\frac{918}{3600}$ da hora.

**1168.** — Quantas horas, minutos e segundos vale o numero decimal 1h., 100?

**1169.** — O numero decimal 12£., 2780 quantas libras esterlinas, shillings e dinheiros contem?

**1170.** — De 156h. — 26m. — 35s., tirar 91h. — 39 m. — 52s.

**1171.** — O verão dura 93 dias, 14 horas e 13 minutos e o outomno 89 dias, 18 horas e 35 minutos. Qual é a differença de duração destas duas estações?

**1172.** — Uma pessôa com a idade de 76 annos, 5 mezes e 20 dias, morreu a 15 de Setembro de 1889. Qual é a data do seu nascimento?

**1173.** — Uma pessôa nasceu a 25 de Novembro de 1896. Qual era a sua idade a 16 de Julho de 1916?

**1174.** — A 28 de Fevereiro de 1904 meu irmão tinha 19 annos, 4 mezes e 5 dias. Qual a data de seu nascimento?

**1175.** — Uma pessôa nascida a 16 de Março de 1912, morreu com a idade de 80 annos, 5 mezes e 20 dias. Qual é a data de sua morte?

**1176.** — Um carro percorre 306 ms. por minuto. Que tempo levará para percorrer 512 kms.?

**1177.** — Uma vela de 0m., 23 de altura consome-se de 0m., 0015 por minuto. Quanto tempo póde fiçar accesa?

**1178.** — Converter em horas, minutos e segundos os 825 millesimos do anno.

**1179.** — Uma serra adianta-se de 0m., 09 por minuto. Que comprimento terá adiantado depois de ter funccionado 8 horas e $^{2}/_{3}$?

**1180.** — A cada ponto de agulha, um alfaiate precisa de 0m., 004 de linha. Que comprimento gastará num dia de 10 horas, si fizer 40 pontos por minuto?

**1181.** — Quanto tempo emprega um viajante para percorrer 620 kms., andando 12 horas por dia, com uma velocidade de 80 m., por minuto?

**1182.** — Uma locomotiva percorre 128 kms. em um minuto e $^{1}/_{2}$. Quantos kms. terá percorrido em 14 h., 4 m. 22 s.?

**1183.** — O passo ordinario de um homem mede 80 cms. Quanto tempo levará um viajante para percorrer 200 kms. dando 80 passos por minuto?



**1184.** — A distancia da terra ao sol sendo de 153098355 kms., quanto tempo leva a luz para vir do sol á terra si percorre 360 kms. por segundo?

**1185.** — Dois viajantes partem juntos do mesmo ponto; o 1.º faz 4 kms., 5 por hora e o 2.º, 5 kms., 8 por hora. Quanto tempo leva cada um para percorrer 80 kms.?

**1186.** — Um trem expresso percorre 16 kms., 8 por minuto. Quanto tempo leva para percorrer 860 kms.?

**1187.** — Uma torneira fornece 10 litros dagua em 2 minutos. Quanto tempo leva para encher um reservatorio cuja capacidade é de 80 ls. e 15 cls.?

**1188.** — Um relogio marca 10h. — 45 m., mas está atrazado de 10m. — 48s. Que horas são?

**1189.** — Uma fonte fornece 82 ls. de agua por minuto. Quanto tempo levará para encher um reservatorio de 5b. — 4p. de comprimento, 1 b. — 8p. de largura e 2ms. de profundidade?

**1190.** — As rodas de uma locomotiva que, percorre 45 Kms. por hora, tem 1m., 50 de circumferencia. Quantas voltas dão por minuto?

**1191.** — Um cyclista percorre 8 Kms., 5 por hora, e sahe 3 horas antes de outro cyclista, que parte com uma velocidade de 10 Kms. por hora. Que tempo levará o 2.º para alcançar o 1.º?

CAPITULO III

# Quadrados e raiz quadrada

## § 2.º Quadrados e raiz quadrada.

***23.*** — O producto de um numero por si mesmo uma ou mais vezes chama-se *potencia*.

***24.*** — Chama-se *grau* da *potencia* o numero de vezes que o numero dado deve ser tomado como factor.

***25.*** — Denomina-se *expoente* o numero que, collocado á direita e um pouco acima do numero dado, indica o grau da potencia. Assim em $17^4$, 17 é o numero dado, 4 é o expoente, indicando que o numero 17 está elevado a quarta potencia, isto é,

que este numero deve ser tomado quatro vezes como factor, ou seja $17^4 = 17 \times 17 \times 17 \times 17 = 83521$, que é a quarta potencia de 17.

*26.* — A segunda potencia de um numero chama-se ***quadrado.***

Assim, $5^2 = 5 \times 5 = 25$

*27.* — Chama-se ***raiz quadrada*** dum numero outro numero cujo quadrado é egual ao primeiro.

*28.* — De um modo geral chama-se ***raiz*** de um numero o numero que, tomado 2, 3, 4... vezes como factor reproduz esse numero.

***Exemplos***: — 1.°) 5 é a raiz quadrada de 25, porque tomado duas vezes como factor reproduz 25.

2.°) 8 é a raiz cubica de 512, porque tomando 3 vezes como factor reproduz 512.

*29.* — A raiz de um numero indica-se com o signal *radical* $\sqrt{\phantom{x}}$ por baixo do qual se escreve o numero dado e dentro o grau da mesma raiz, excepto para a raiz quadrada, que se costuma omittir.

***Exemplos***: — 1.°) A raiz quadrada de 25 indica-se $\sqrt{25} = 5$.

2.°) A raiz cubica de 512 indica-se $\sqrt[3]{512} = 8$

*30.* — De quanto si disse comprehender-se-á quão facil seja achar o quadrado, o cubo, a quarta potencia, etc. de um numero qualquer. Veja-se agora como se acha a raiz quadrada de um numero qualquer.

*31.* — Chama-se ***incommensuravel*** o numero cuja raiz é outro numero que não cabe exactamente no primeiro sem deixar resto; assim a raiz quadrada de 10 é incommensuravel, porque está comprehendida entre o numero 3 e 4, e porque não se conteem um numero exacto de vezes em 10.



## § 2.° Extracção da raiz quadrada

*32.* — A ***extracção da raiz quadrada*** de um numero é uma operação pela qual se procura um outro numero que, multiplicado por si mesmo, reproduz o primeiro.

A extracção da raiz quadrada apresenta tres casos:

1.° Extrahir a raiz quadrada de um numero inteiro;

2.° Extrahir a raiz quadrada de uma fracção ordinaria propria ou impropria;

3.° Extrahir a raiz quadrada de uma fracção decimal ou de um numero decimal.

*1.° Caso. — Extracção da raiz quadrada de um numero inteiro.*

Quando, extrahindo a raiz quadrada de um numero, pára-se á parte inteira do numero procurado, então, a esse numero chama-se raiz quadrada *approximada a menos de uma unidade*, isto é, raiz incompleta de uma parte inferior a uma unidade.

Póde-se dizer ainda que a raiz de um numero inteiro, com approximação a menos de uma unidade, é a raiz quadrada do menor quadrado perfeito contido nesse numero.

Assim, a raiz quadrada de 92 com approximação a menos de uma unidade é 9, isto é, a raiz quadrada de 81, que é o menor numero quadrado perfeito contido em 92. Quer isto dizer que a raiz quadrada de 92 está comprehendida entre 9 e 10, e é um numero incommensuravel, pois a raiz quadrada de todo numero inteiro não quadrado perfeito é um numero incommensuravel. Si, ao envez de 9, se tomasse 10 como raiz quadrada de 92, dir-se-ia que esta era approximada a mais de uma unidade.

Nos calculos usuaes, adopta-se geralmente a raiz quadrada com approximação a menos de uma unidade.

Para se effectuar a extracção da raiz quadrada de todos os numeros inteiros inferiores a 100, é sufficiente conhecer as taboadas de multiplicação e divisão, conservando de memoria a seguinte taboa:

| NUMEROS | $\sqrt{\ }$ | NUMEROS | $\sqrt{\ }$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 36 | 6 |
| 4 | 2 | 49 | 7 |
| 9 | 3 | 64 | 8 |
| 16 | 4 | 81 | 9 |
| 25 | 5 | 100 | 10 |

Para extrahir a raiz quadrada de um numero qualquer maior do que 100 observa-se a regra que vae abaixo exposta.

Seja, achar, por exemplo a raiz quadrada approximada de 75990351.

***Regra e solução.*** — 1.º) *Divide-se o numero da direita para a esquerda, em periodos de dois algarismos cada um, podendo o ultimo periodo á esquerda constar de um só algarismo;* no presente caso resultam os periodos 51, 03, 99 e 75.

2.º) *Acha-se a raiz quadrada do primeiro periodo á esquerda e escreve-se á direita no logar competente, como se vê na disposição ao lado; este algarismo é o primeiro da raiz e deverá ser seguido de tantos algarismos quantos são os periodos ainda restantes, de modo que o numero de algarismos da raiz é egual ao numero de periodos;* no presente caso o primeiro periodo á esquerda é 75 e a sua raiz com approximação de uma uni-



dade a menos é 8, que se escreverá á direita dentro da chave competente;

3.º) *Faz-se o quadrado desse primeiro algarismo da raiz e escreve-se o producto em baixo do primeiro periodo 75 do qual se subtrahirá. Abaixa-se á direita do resto o segundo periodo;* no presente caso sendo 11 o resto e 99 o segundo periodo, forma-se o numero 1199.

```
√75.99.03.51.  | 8717 = Raiz
 64            | 8
 119.9         | ×8
 116 9         | 167
   300.3       | ×7
   1 74 1      | 1741
   1 26 25.1   |  ×1
   1 21 96 9   |  17427
Resto = 4262   |   ×7
```

**Prova**

(8717×817)+4262=75990351.

Cumpre observar agora que o modo de obter os restantes algarismos da raiz é differente; todavia como se determina o segundo algarismo determinam todos os outros.

4.º) *Com effeito, separam-se as dezenas deste numero e se as divide pelo dobro do numero já achado para a raiz; o quociente ou será o segundo algarismo da raiz, ou será maior do que o segundo algarismo. Para verificar si este algarismo é o verdadeiro escreve-se-o á direita do dobro do numero que serviu de divisor e multiplica-se o numero assim formado pelo mesmo algarismo que se experimenta, subtrahindo-se o producto do numero obtido. Si a subtracção é possivel, o algarismo é o verdadeiro; no caso contrario experimenta-se o algarismo immediatamente inferior e assim successivamente até que a subtracção seja possivel.* No presente caso as dezenas separadas são 119, que se dividirão pelo dobro de 8 ou 16, o que dá 7 como quociente. Escripto o 7 á direita de 16 e, multiplicado o numero formado 167 por 7, acha-se como producto 1169, que pode ser subtrahido de 1199, com o que fica verificado que 7 é o segundo e verda-

deiro algarismo da raiz quadrada; escreve-se então o 7 á direita de 8.

5.°) *A' direita do ultimo resto abaixa-se o periodo seguinte, no qual se separam as dezenas, que se dividem pelo dobro do numero formado pelos algarismos já achados para a raiz e como precedentemente verifica-se si este algarismo* é o verdadeiro; no caso em questão abaixa-se á direita do resto 30 o 3.° periodo 03 e dividem-se as 300 dezenas pelo dobro 174 de 87.

6.°) *Assim se continuará até que se tenham abaixado todos os periodos;* no caso presente obteve-se como raiz quadrada o numero 8717 e, como ultimo resto, 4262.

7.°) *Para se verificar a exactidão da operação, far-se-á o quadrado da raiz achada, ao qual se somma o ultimo resto; si a operação se fez exactamente obter-se-á o numero dado;* no caso considerado tem-se: $(8717 \times 8717) + 4262 = 75990351$.

***Observações*** — *1.ª*) Póde acontecer que numa das operações que se fazem para calcular a raiz quadrada, com approximação de uma unidade por deficiencia, de um numero dado, obtenha-se zero para um dos algarismos da raiz. Nesse caso escrever-se-á o zero a direita dos algarismos achados para a raiz e, a direita do ultimo periodo baixado escrever-se-á o periodo seguinte da direita, continuando-se a operação como se segue;

2.ª) Quando um dos algarismos do quociente fôr maior que 9, este será o algarismo a se adoptar;

*3.ª*) Os diversos restos que se acham durante o curso da operação não poderão nunca exceder ao dobro da raiz achada até esse ponto; assim é que o resto final, podendo ser maior do que a raiz, não poderá ser maior do que seu dobro. Deve-se, então, experimentar o algarismo immediatamente superior.



2.° *Caso — Extracção da raiz quadrada duma fracção ordinaria, propria ou impropria.*

A regra para a solução desse caso é applicavel tanto á fracção propria como á fracção impropria.

Devem-se considerar tres exemplos:

1.°) Fracção cujos termos são quadrados perfeitos;

2.°) Fracção cujo denominador é quadrado perfeito;

3.°) Fracção cujo denominador não é quadrado perfeito.

*1.° Exemplo.* — Achar a raiz quadrada da fracção $\frac{25}{49}$.

***Regra e solução.*** — *Extrahem-se as raizes quadradas do numerador e do denominador respectivamente e a raiz quadrada da fracção será uma fracção ordinaria cujo numerador é raiz quadrada do numerador e cujo denominador é raiz quadrada do denominador.*

No exemplo presente tem-se:

$$\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7} = \textbf{Resposta.}$$

*2.° Exemplo.* — Determinar a raiz quadrada da fracção impropria $\frac{84}{25}$.

***Regra e solução.*** — *Extrahem-se a raiz do denominador quadrado perfeito e a raiz quadrada do numerador com approximação de uma unidade a menos; a raiz quadrada da fracção dada será uma fracção ordinaria cujos termos são as respectivas raizes quadradas do numerador e do denominador.*

O exemplo presente dá:

$$\sqrt{\frac{84}{25}} = \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = \textbf{Resposta.}$$

*3.° Exemplo.* — Seja achar a raiz quadrada de $\frac{121}{123}$.

***Regra e solução.*** — *Transforma-se o denominador de modo a tornal-o quadrado perfeito, multiplicando-o por si mesmo; para não modificar o valor da fracção multiplica-se o numerador pelo denominador e, no mais, procede-se como no exemplo precedente.*

$$\sqrt{\frac{121}{123}} = \sqrt{\frac{121 \times 123}{123 \times 123}} = \frac{\sqrt{14883}}{\sqrt{123^2}} =$$

$$= \frac{121}{123} = \textbf{\textit{Resposta.}}$$

*Observação.* — Ha casos em que não é necessario multiplicar o denominador por si mesmo para tornal-o quadrado perfeito: basta multiplical-o por um numero conveniente.

Por exemplo, $\sqrt{\frac{5}{8}} = \sqrt{\frac{5 \times 2}{8 \times 2}} =$

$$= \sqrt{\frac{5 \times 2}{16}} = \sqrt{\frac{10}{4^2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{4^2}}$$

$$= \frac{3}{4} = \textbf{\textit{Resposta.}}$$

*2.° Caso.* — *Extracção da raiz quadrada de uma fracção decimal ou de um numero decimal.*

Ha 2 processos; o que mais convém, porém, a este curso é a adopção de um só processo: aquelle que é de maior segurança e que, por uniformidade, siga a mesma regra que o adoptado para as fracções ordinarias.

*1.° Exemplo.* — Seja extrahir a raiz quadrada de 3,023.



***Regra e solução.*** — *Escreve-se a fracção decimal sob a fórma de fracção ordinaria e, no mais, opera-se como para o caso das fracções ordinarias.*

Tem-se:

$$\sqrt{3{,}023} = \sqrt{\frac{3023}{1000}} = \sqrt{\frac{3023 \times 10}{1000 \times 10}} = \sqrt{\frac{30230}{10000}} = \sqrt{\frac{30230}{100^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{30230}}{\sqrt{100^2}} = \frac{173}{100} = 1{,}73 = \textbf{\textit{Resposta.}}$$

***2.° Exemplo.*** — Seja extrahir a raiz quadrada de 0,0035.

Tem-se:

$$\sqrt{0{,}0035} = \sqrt{\frac{35}{10000}} = \sqrt{\frac{35}{100^2}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{100^2}} = \frac{5}{100} =$$

$$= 0{,}05 = \textbf{\textit{Resposta.}}$$

QUESTIONARIO

1. — Que é potencia de um numero? 2. — Que é gráu da potencia? 3. — Que é expoente? 4. — Como se chama a segunda potencia de um numero?.:. a terceira? 5 — Que é a raiz de um numero? 6. — Como se indica a extracção da raiz de um numero? 7. — Que é numero incommensuravel? 8. — Que é raiz quadrada de um numero com approximação a menos de uma unidade? 9. — Como se extrahe a raiz quadrada de um numero inferior a 100? 10. — Enuncie a regra pratica para se extrahir a raiz quadrada de um numero qualquer? 11. — Que observações se devem fazer?

## Exercicios e problemas sobre o quadrado e raiz quadrada

**1192.** — Achar o quadrado de 253, 709, 915, 1029 e extrahir a raiz quadrada de 5776 e 8281.

**1193.** — Fazer o mesmo exercicio com 73, 76 e 91; 15625 e 1153476.

**1194.** — Resolver $175^2$, $209^2$, $9809^2$; e $\sqrt{88357}$, $\sqrt{22801}$, $\sqrt{10000}$, $\sqrt{856491^2}$, $\sqrt{1026169}$.

**1195.** — Achar a raiz quadrada a menos de uma unidade de 2196, 5143 e 7777.

**1196.** — Fazer o exercicio anterior com 470035, 819643 e 81054031.

**1197.** — Extrahir a raiz quadrada de 7, 51, 81, 961, 139, 39504.

**1198.** — Fazer o exercicio anterior com 0,005439, 1,500045, 0,000777 e 9,8.

**1199.** — Resolver (1) $\sqrt{4/9}$ $\sqrt{9,25}$ $\sqrt{9/16}$ $\sqrt{48/81}$.

**1200.** — Achar a raiz quadrada da raiz quadrada, ou 4.ª potencia de 215967005 isto é $\sqrt{\sqrt{215.967.005}}$ ou $\sqrt[4]{215867005}$.

**1201.** — Um agricultor plantou 18225 pés de café sobre um terreno de forma quadrada, pondo-os a igual distancia entre si e sobre fileiras parallelas; quantos pés contém cada fileira?

**1202.** — Si o quadrado da quantia que Luiz possue, dividido por 5 partes dá ainda 45$000, qual é essa quantia?

**1203.** — Extrahir a raiz quadrada das seguintes fracções ordinarias: 1.º $\frac{121}{144}$; 2.º $\frac{120}{169}$; 3.º $\frac{144}{183}$; 4.º $\frac{225}{181}$; 5.º $4\frac{49}{225}$; 6.º $10\frac{3}{25}$; 7.º $\frac{1857}{625}$.

**1204.** — Extrahir a raiz quadrada dos seguintes numeros: 1.º) 0,1; 2.º) 0,01; 3.º) 0,001; 4.º) 204,003; 5.º) 3,1; 6.º) 2,45; 7.º) 729,456; 8.º) 225,25.

**1205.** — Vendeu-se panno no valor de 225$000; qual o preço de venda de cada metro, sabendo-se que o numero que representa o preço do metro?

## CAPITULO IV

# Cambio

### § 1.º Cambio directo e cambio indirecto

*33.* — ***Definições.*** A palavra *cambio* derivada do italiano num sentido geral, quer dizer *troca*. Em um sentido mais restricto, como se deve entendel-o aqui, *é a troca de moeda entre diversos paizes.*

Assim: si um negociante do Rio de Janeiro, querendo pagar 1000 £ a um seu credor de Londres não tivesse moeda ingleza para effectuar o pagamento, precisaria fazer uma troca, dando em moeda nacional uma quantia equivalente; e essa troca da moeda brazileira pela moeda ingleza, que neste caso se faz, é o cambio.



O valor da moeda de um paiz, em relação aos valores das moedas dos outros paizes, soffre oscillações mais ou menos notaveis, as quaes constituem o *curso do cambio.*

Assim, sendo preciso dar 1000 réis para cada 15 *pence* ou dinheiros em Londres, será esse o curso de cambio ou simplesmente cambio do Brasil sobre Londres. Si para pagar 1 franco em Paris fôr preciso dar 600 rs., será esse o cambio sobre Paris.

E' assim que o cambio de uma praça ou paiz em relação a outro se diz *ao par, acima ou abaixo do par,* conforme o valor da moeda nacional for egual, superior ou inferior ao da moeda do outro paiz.

Por exemplo: sendo o valor de 1$000 egual ao de 27 dinheiros, quando o cambio esta ao par, o cambio do Brasil sobre Londres estará acima ou abaixo do par, conforme 1$000 valerem mais ou menos de 27 dinheiros.

Quasi todo o commercio internacional, tanto de exportação como o de importação, effectua-se por intermedio de certas casas bancarias, cuja transacções commerciaes recebem em geral o nome de *operações de cambio.* Essas transacções, que consistem em remetter dinheiro de umas praças a outras por meio de letras ou *cambiaes,* fornecem duas especies de questões, segundo ellas se realizam entre duas praças directamente ou pela intervenção de outras praças intermediarias. No primeiro caso, são questões de *cambio directo* e dependem de uma regra de tres simples; no segundo caso, as questões são de cambio indirecto e dependem de uma regra de tres composta.

*34.* — ***Exemplo de cambio directo.*** Considerem-se as questões seguintes:

*1.º Um negociante do Rio de Janeiro quer remetter a favor de um outro de Hamburgo uma letra de 1849 marcos.*

*Que quantia deve pagar pela letra em moeda brazileira ao cambio de $688 o marco.*

***Solução.*** — Si um marco vale 650 réis, 1850 valem 1850 vezes mais, isto é $650 \times 1850 = 1:202\$500$ = ***Resposta.***

2.° *Um negociante de Londres sacca contra outro de S. Paulo uma letra de 195.£—15s.—6d.; qual é o valor da letra em moeda brazileira ao cambio $33^{3}/_{4}$?*

***Solução.*** — Ao cambio $15^{3}/_{4}$, quer dizer que

Si $15^{3}/_{4}$ dinheiros valem 1$000, as 176£—15s.—6.d valem $x$.

A proporção será, depois de reduzir a dinheiros:

$$15^{3}/_{4} : 181626 :: 1\$000 : x; \text{ donde}$$

$$x = \frac{181626 \times 1\$000}{15^{3}/_{4}} = \frac{181626}{\frac{63}{4}} = \frac{181626 \times 4}{63} = 11:531\$810 =$$

= ***Resposta***

3.°) *Converter em moeda ingleza a quantia de 15:650$000 ao cambio de* $16^{1}/_{8}$.

***Solução.*** — Si um mil réis equivale a $16^{1}/_{8}$ dinheiros 15:650$000 equivalem, a $x$ dinheiros; donde

$$x : 16^{1}/_{8} :: 15650 : 1$$

$$x = \frac{15650 \times 16\,^{1}/_{8}}{1} = \frac{15650 \times 129}{8} = 1051£., 9s. \text{ e } 8\,^{1}/_{4}\text{ d} =$$

= ***Resposta.***

### *35. — Exemplo de cambio indirecto.*

Seja a questão seguinte:

*Um negociante do Rio de Janeiro deve pagar 5000 rublos em Petrograd, e o cambio está a 2$600 por um rublo. Por outro lado o cambio está a $15^{3}/_{4}$ sobre Londres; a 1 £ por 25 francos de Pariz e a 42 francos pos 10 rublos. Deve o negociante tomar papel directamente sobre Petrograd, ou servir-se das praças intermediarias Londres e Pariz?*



***Solução.*** — 1.° Si um rublo vale 2$600, 5000 rublos valem 5000 vezes mais, isto é, $2,600 \times 5000 =$ $= 13:000\$000$ = quantia que o negociante deve pagar em Petrogrado pelo cambio directo.

2.°) Si 10 rublos valem 42 francos, 1 rublo vale 10 vezes menos, isto é, $\frac{42}{10}$ do franco e 5000 rublos valem 5000 vezes mais francos, seja $\frac{42 \times 5000}{10} = 21000$ francos.

3.°) Si 25 francos valem 1£., 1 franco vale 25 vezes menos, seja $\frac{1}{25}$ da £., e 21000 francos valem 21000 vezes mais libras esterlinas, isto é, $\frac{1 \times 21000}{25} =$ = 840 £s. = $840 \times 240$ dinheiros = 201600 dinheiros.

4.°) Si $15^{3}/_{4}$ dinheiros valem 1 mil réis, 1 dinheiro vale $15^{3}/_{4}$ vezes menos mil réis e 201600 dinheiros valem 201600 vezes mais mil réis, isto é, $\frac{1 \times 201600}{15^{3}/_{4}} =$ $= 201600 \div 6^{3}/_{4} = \frac{201600 \times 4}{63} = 12800$ mil réis = 12:800$000 = quantia que deve pagar em Petrogrado pelo cambio indirecto.

O negociante faz, pois, uma economia de 200$000 effectuando o pagamento pelo cambio indirecto.

## 36. — Outros problemas sobre cambio

*Reduzir 480$ brazileiros a moeda ingleza, ao cambio de 26.*

***Solução.*** — Valendo 1 mil réis 26 dinheiros 480$ valerão $480\$ \times 26 = 12480$ dinheiros. Ora, tendo a libra esterlina 240 dinheiros, segue-se que dividindo 12480 por 240, obter-se-á o numero de libras esterlinas contidas em 12480 dinheiros 480 mil réis, isto é,

$$12460 \div 240 = 52 \text{ £.} = \text{Resposta.}$$

*Regra.* — *Reduz-se moeda brazileira a moeda ingleza, multiplicando o numero de mil réis pela taxa do cambio e reduzindo o producto que é o numero de dinheiros, a libras esterlinas.*

*Nota.* — Si na quantia dada houver fracção de mil réis, multiplica-se toda a quantia pela taxa, e o producto, depois de dividido por mil, reduz-se a libras.

*Quanto vale no Rio de Janeiro 20 libras, 11 shillings e 9 dinheiros ao cambio de 27?*

*Solução.* — £.20, 11s. e 9p. reduzidos a dinheiros dão 4941 pence. Ora como cada 27 dinheiros fazem 1$, segue-se que, dividindo os 4941 dinheiros por 27, teremos o numero de mil réis que é 183$.

4941 ÷ 27 = 183$000

*Regra.* — *Reduz-se moeda ingleza a moeda brazileira, dividindo o numero de dinheiros inglezes pela taxa do cambio.*

Nota. Havendo resto na divisão, accrescentam-se tres zeros ao dividendo e um cifrão ao quociente e continúa-se a operação, que dará a fracção de mil réis.

## § 2.º Cambio do Brasil com os paizes mais importantes.

### Cambio com a França

**36.** — **Problema.** *Quer-se pagar em Paris 690 francos, ao cambio de 530; quanto se dará em dinheiro nacional?*

*Solução.* — Como a taxa de cambio com a França é o proprio valor do franco, segue-se que, para resolver o problema, basta multiplicar 690 por 530 réis, o que dá:

365$700

**37.** — **Problema.** *Querendo depositar em Paris 1:500 ao cambio de 600 réis, quantos francos terei lá?*



*Solução.* — Sendo 600 réis o valor do franco, basta dividir 1:500$ por $600, e obter-se-á a resposta

2500 *francos.*

### Cambio com Portugal

**38.** — **Problema.** *Quero pagar em Lisboa 428 escudos e 47 centavos, estando o cambio a 3200, isto é, custando o escudo 3$200 da nossa moeda. Quanto tenho que dar?*

*Solução.* — E' evidente que, para isto, basta multiplicar os 428,47 escudos por 3$200, valor dum escudo.

428,47 × 3$200 = 1:371$104

**39.** — *Nota.* A's vezes os jornaes na secção do *Cambio* adoptam o antigo tostão forte ou 10 centavos como unidade em vez do escudo. Neste caso para ter-se o preço de um escudo, basta accrescentar um zero ao preço dos 10 centavos. Assim por ex., quando se diz que o cambio com Portugal está a $320 réis, quer-se indicar que 10 centavos custam $320, e que portanto 100 centavos ou um escudo custarão $320 × 10 = 3$200.

**40.** — **Problema.** *Desejo remetter ao Porto 4:300$ e o cambio está a 2$900. Quanto me darão lá?*

*Solução.* — Sendo 2$900 o preço dum escudo, em 4:300$ haverá 4:300$ : 2$900 = 1482 *escudos* e 76 centavos.

**41.** — Chama-se *arbitrio* o calculo que se faz para determinar a via mais vantajosa de pagar uma divida ou retirar um credito em paiz extrangeiro.

O direito de *arbitrio*, isto é, de escolher a via melhor, cabe a quem deve pagar ou retirar uma somma *expressa* em *moeda extrangeira*.

Assim, si Paulino da Bahia deve 100 £. a Wilson de Londres, elle tem direito de escolher o modo de desembolsar o menor numero possivel de moeda brazileira e Wilson nada poderá objectar, contanto que lhe sejam entregue as 100 £. Mas se a divida fôr

expressa em moeda brazileira, por exemplo, 5:500$, toca Wilson e não a Paulino a escolha do modo vantajoso a si proprio contanto que Paulino pague só os 5:500$000, e não mais.

**Cambio com os Estados Unidos.**

*42.* — ***Problema.*** *Reduzir 840$000 ao cambio de 2$400.*

***Solução.*** — Sendo 2$400 o preço será o numero de dollars. Tem-se:

$$840 \div 2,4 = 380 \text{ dollars.}$$

*43.* — ***Problema.*** *Reduzir 350 dollars a moeda brazileira ao cambio de 2$400.*

***Solução.*** — Custando um dollar 2$400, 350 dollars custarão 350 vezes mais, isto é:

$$2,4 \times 350 = 840\$000$$

***Regra.*** — *Para reduzir moeda brazileira a dollars, divide-se a moeda brazileira pelo preço de um dollar; e para se reduzirem dollars a moeda brazileira multiplica-se o valor de um dollar pelo numero de dollars.*

## *44.* — Moedas de alguns paizes.

| Paizes | Unidades monetarias | Divisões das unidades | Valor ao par |
|---|---|---|---|
| Allemanha | Marco | 100 pfennigs | $435 |
| Austria | Florin | 100 kreuzers | $872 |
| Belgica, França, Suissa | Franco | 100 centimos | $360 |
| China | Tael | 100 centesimos | 2$920 |
| Dinamarca | Corôa | 100 oeres | $490 |
| Estados-Unidos | Dollar | 100 cents | 1$830 |
| Grecia | Drachma | 100 leptos | $360 |
| Hespanha | Pesêta | 100 centavos | $360 |
| Inglaterra | Libra Esterlina | 20 shil. ou 240 pence | 8$890 |
| Italia | Lira | 100 centesimos | $360 |
| Mexico, Argentina | Peso | 100 centavos | 1$765 |
| Portugal | Escudo | 100 centavos | 2$000 |
| Russia | Rublo | 100 kopecks | 1$410 |



### Exercicios sobre cambio

**1206.** — Que quantia deve remetter a Madrid um negociante do Rio de Janeiro para pagar 5600 pesetas ao cambio de 580?

**1207.** — Quanto se deve pagar por 6000 marcos de Hamburgo ao cambio de 712?

**1208.** — Quanto se deve pagar no Rio de Janeiro por 150 £ 15s. e 9 d. ao cambio de $15\,^3/_4$?

**1209.** — Quantas £ são 4:380$ ao cambio de $16\,^1/_4$?

**1210.** — Achar o meio mais vantajoso para um negociante de S. Paulo pagar em Londres £ 1200 ao cambio de $15\,^3/_4$, sabendo-se que uma £ vale 25 francos e 1 franco 630 réis.

**1211.** — Que quantia em moeda brazileira se pagará em Hamburgo por 3540 marcos, sendo o cambio entre Hamburgo e Amsterdam de 7 marcos por 5,75 florins, entre Amsterdam e Roma de 4,8 florins por 7 liras, e entre Roma e o Brazil de 640 rs. a lira?

**1212.** — Tenho comprado em Inglaterra 4200 Tm. de carvão a £ 1,4 cada 4 Tm. Que quantia deverei remetter para satisfazer essa compra ao cambio de $15\,^1/_2$?

**1213.** — Determinar o meio mais economico para remetter a Barcelona a quantia de 12.000 pesetas ao cambio de 580, sabendo que £ 1 vale 33,5 pesetas e estando o cambio sobre Londres a $15\,^1/_4$.

# Collecção de problemas sobre as diversas partes da arithmetica

## Addição

**1.** — Devo as seguintes quantias: 1.º) 8:550$000, 2.º) 358$000; 3.º) 9:598$000. Quanto devo ao todo?

**2.** — O thesoureiro de uma associação têm em caixa as seguites sommas: 654$000 em ouro, 759$000 em prata e 1:430$000 em papel moeda. Quanto possue ella?

**3.** — Uma dona de casa gasta no mercado 3$750 em manteiga, 4$600 em queijo, 4$350 em fructas, e 3$150 em legumes. Qual foi sua despeza total?

**4.** — Candido deposita na caixa economica 345$000, mais 170$000, mais 215$000. Que somma tem elle em deposito?

**5.** — Um negociante comprou 4 pipas de vinho; a primeira, que contou 137 litros custou 119$300; a segunda,.... com 153,15, ls. custou 137$750, a terceira, com 108,735 ls., — custou 189$050 e a quarta, com 208,08 ls., custou 367$300. — Quantos litros de vinho comprou e qual foi sua despeza?

**6.** — Perpetua gasta 0$160 em fructas, 0$150 em pão,.. 0$600 em café, 0$240 em leite e 0$100 em legumes. Qual foi seu gasto total?

**7.** — Os leitos de um hospital estão distribuidos por 3 salões: o menor contém 63 camas, o medio 25 mais do que o menor, e o maior contém tantos leitos quanto os dois outros. Quantos leitos ha no hospital?

**8.** — Benedicto deve 17$000 ao seu padeiro, 24$000 ao — açougueiro e 37$000 ao alfaiate. Quanto deve ao todo?

**9.** — Paulo nasceu em 1889; em que anno terá elle 30 annos?

**10.** — Certa mãe de familia comprou 0$350 de alface,.... 0$950 de carne, 0$650 de legumes, 0$850 de manteiga e 0$600 de fructas. Quanto gastou?

**11.** — Uma peça de panno custou 450$600; por quanto deve ser vendida para que se ganhem 46$550?

**12.** — Justino cahiu doente de cama a 3 de Abril e não se levantou sinão a 5 de Junho do mesmo anno. Quantos dias guardou o leito?

**13.** — Um peão parte, para sua cidade, ás 9 horas da manhã e emprega 7 horas na jornada. A que horas chegou?

**14.** — Um cometa foi visto em 1835; em que anno vae reapparecer, sabendo-se que elle se mostra de 76 em 76 annos?

**15.** — Um joalheiro vendeu varios objectos de prata, o primeiro dos quaes pesa 60,25 grs., o segundo 455 grs., o terceiro 63 grs. e o quarto 200,35 grs. Qual foi o peso total da sua venda?

**16.** — Uma casa vale 41:590$000. Por quanto deve ser vendida para que o proprietario ganhe 1:450$000?

**17.** — Minha avó, nascida em 1842, morreu com 89 annos. Em que anno morreu?

**18.** — Clemente fez 34,75 ms. de um certo trabalho em 20 dias, e 67,70 ms. em 19 dias. Quantos dias trabalhou e quantos metros fez ao todo?

**19.** — Domingos gasta, por anno, 1:250$000 com sua manutenção e economisa 525$000 annuaes. Qual é a sua renda?



**20.** — Uma casa custou 4:351$000; nas reparações gastaram-se 46$000 com o ferreiro, 103$000 com o carpinteiro, e 82$000 com o pedreiro. Em quanto ficou a casa?

## Addição e subtracção

**21.** — Faustino devia a importancia de 4:567$000 e deu por conta 3:789$000. Quanto deve ainda?

**22.** — Um carpinteiro que devia fazer 345 ms. de trabalho, fez somente 95 ms., 35. Quantos metros tem ainda que fazer?

**23.** — Herminio comprou 7454 ls. de arroz, dos quaes recebeu 6731 ls., 35. Quanto tem ainda a receber?

**24.** — Jorge comprou uma casa por 5:183$000, cujo concerto lhe custou 3:189$750. Por quanto a vendeu si ganhou... 2:960$800?

**25.** — Euclydes devia 1:987$350 a seu patrão, e lhe deu em pagamento 4537 litros de trigo por 1:899$950. Quanto deve ainda?

**26.** — Uma revendilhã compra 1$300 de maçãs, 3$450 de legumes e 4$750 de peras. Quanto recebe ella si ganhar.... 2$300 na venda?

**27.** — Um inglez, que tinha comprado na Italia um palacio pela somma de 193:450$000, devendo regressar a seu paiz, o vendeu por 189:640$000. Quanto perdeu?

**28.** — Bartholomeu vendeu mercadorias no valor de.... 8:795$000, sobre que teve um lucro de 374$840. Quanto gastou na compra?

**29.** — Troco uma pipa de vinho por uma de aguardente. Quanto me custa esta ultima se devo voltar 129$750?

**30.** — Tito deve 7:887$750. Quanto deve ainda se deu ao credor 995$950.

**31.** — Pae e filhos tem juntos 160 annos. Qual é a edade do filho si o pae tem 92 annos?

**32.** — Jayme tinha 32 annos quando lhe nasceu o primeiro filho. Quando o pae tiver 92 annos qual será a edade do filho?

**33.** — Um chefe de familia gasta annualmente 1:846$000 com a alimentação dos seus, 641$000 com roupas, 1:346$000 com aluguel de casa e 195$000 com extraordinarios. Qual é a sua despesa annual si ainda dá aos pobres 53$750?

34. — De uma peça de panno, que tem 31ms.de comprimento, tiraram-se 5ms. para fazer um terno, e 2ms. para um par de calças. Quantos metros ainda mede a peça ?

35. — Francisco devia receber 52$500 por uma semana de trabalho ; por perder o tempo reduziram-lhe o ordenado a 8$950. Quanto receberá ?

36. — Ignacio devia receber 950$700 por um certo trabalho ; como, porém, não o fez como devia, lhe pagaram sómente 789$950. Quanto perdeu ?

37. — Que numero se deve sommar a 45 para se ter 650 ?

## Addição, subtracção e multiplicação

38. — Em quanto importam 128 ms. de estofa a 3$000 o metro ?

39. — Quanto custam 589 ms. de damasco a 26$000 o metro ?

40. — Qual é o preço de 168 ms. de veludo a 36$650 o metro ?

41. — Que somma produz a venda de 4815 livros a 2$000 cada um ?

42. — Quanto pagarei por 1706 melancias a $300 cada uma ?

43. — Uma camponeza, levando óvos ao mercado quebrou 36, vendeu 2 duzias no caminho, deu 8 óvos aos pobres e ficou com 665 óvos. Com quantos óvos partiu ?

44. — Quanto custam 85cms. de fita a $650 o metro ?

45. — Quanto valem 368ms. de panno a $950 o metro ?

46. — Qual é o preço de 1350 peixes a $250 cada um ?

47. — Quanto deve receber um negociante que vendeu 389 Kgs. de assucar a 1$800 o Kg. ?

48. — Guilherme gastou em varias vezes 6, 9, 15, 19, 18 e 14 reaes. Qual foi a sua despeza em mil réis ?

49. — Multiplicar 123456789 successivamente por 234, 345, 456, 567, 678, 789.

50. — Quanto custarão 917 ms., 05 de panno a 25$970 o metro ?

51. — Quantos dias ha em 1829 annos de 365 dias ?

52. — Uma vendedora de fructas comprou 496 duzias de melões a 1$750 a duzia. Quanto gastou ?



53. — Quanto valem 459 metros de estofa a 6$750 o metro?

54. — Vendi 36 ms.,75 de panno a 15$000 o metro. Quanto devo receber ?

55. — Que importancia vou desembolsar na compra de 35 ms.,75 de alpaca a 6$350 o metro ?

56. — Multiplique 7080,90 por 0,80706.

57. — Qual é o producto de 40900,87 por 9070,80 ?

58. — Qual é a somma necessaria para dar 1$750 a cada soldado de um destacamento composto de 345 homens ?

59. — Que somma produzirá a venda de 5670 palmeirinhas a 1$250 cada uma ?

60. — Quanto será necessario pagar por 678 maçãs a 0$250 cada uma ?

61. — Diga o valor de 0m.,35 de brim, que se paga a 1$035 o metro.

62. — Quanto pagarei por 545 Kgs. de manteiga a 2$750 o Kg.?

63. — Um negociante vendeu 25 saccos de assucar, pesando 5250 Dgrs. cada um, a razão de 0$275 o Dgr.; quanto recebeu ?

64. — Multiplique 40095,008 por 80,706.

65. — Baptista trabalhou 20 dias a 3$450 por dia ; quanto recebeu ?

66. — Quanto se deve á 20 operarios, que trabalharam 50 dias, ganhando 3$750 por dia cada um?

67. — Quantos dias ha em 34 annos dos quaes 27 tem 365 dias e o restante 366 ?

68. — Quantas horas ha em 11 annos e 20 dias ?

99. — Quantos minutos ha em 15 annos, 25 dias e 20 horas ?

70. — A quanto monta uma divida, que pago, dando 680 moedas de 2 mil réis ?

71. — Quanto se paga pela compra de 50 duzias de lapis a 0$150 cada lapis ?

72. — Supondo que um homem respire 20 vezes por minuto, quantas vezes terá respirado aquelle que morre com 90 annos ?

73. — Quantos tostões ha em 856$750 ?

74. — Quantas moedas de 10 réis ha em 1:836$000 ?

**75.** — Si um troly percorre 365 ms. por minuto, que percurso terá feito depois de 1 hora e 47 minutos?

**76.** — Que somma economisará em 34 semanas um operario que economisa 13$000 por semana?

**77.** — Quantas arvores ha em uma plantação de 95 filas de 178 arvores cada uma?

**78.** — Um canhão que dava 120 disparos n'uma hora, continuou o fogo durante 13 horas. Quantos tiros deu?

**79.** — Cinco operarios, trabalhando 9 horas por dia, empregaram 25 dias para fazer um certo trabalho. Quantas horas empregaram ao todo?

**80.** — Um pae deixou 3:150$000 a cada um de seus filhos e 2:000$000 a cada uma de suas filhas. Qual era a sua fortuna, sabendo-se que tinha 3 filhos e 5 filhas?

**81.** — Quantas letras ha num volume de 719 paginas, cada pagina contendo 1359 letras?

**82.** — Calcular quantos vidros ha em 14 caixas, cada uma com 295 vidros.

**83.** — Qual é o custo de 35 cms.. de panno á razão de 6$250 o metro?

**84.** — Quanto se deve accrescentar a 159$500 para se ter 1:000$000?

**85.** — Por quanto devo vender uma peça de panno, que me custou 559$900, para ganhar 67$750?

**86.** — Achar o producto de 3500 por 2409.

**87.** — Compraram-se 12 terrinas a 1$500 cada uma, 15 pratos a 0$840, 18 vasos a 0$900, 35 garrafas a 0$220 e 86 copos a 0$410, e venderam-se os pratos a 2 mil réis cada um, as terrinas a 1$700, os vasos a mil réis, as garrafas a 0$500 e os copos a 600 réis. Qual foi o lucro total?

## Multiplicação e divisão

**88.** — Devem-se repartir 924$000 entre seis pessoas; quanto caberá a cada uma?

**89.** — Quantas vezes o numero 20 se contem em 4840?

**90.** — Qual é o quociente de 7812 dividido por 18?

**91.** — Com 806$400 comprei 96 resmas de papel. Quanto me custou cada resma?

**92.** — Dividir 138310323984 successivamente por 456, por 567, por 678, por 789.



**93.** — Paguei 11$450 por 458 laranjas; quanto me custou cada uma?

**94.** — Mil pacotes de algodão custaram 225$000; quanto custou cada um?

**95.** — Pagaram-se 1:475$000 por 49 mil pennas; quanto custou cada uma?

**96.** — Um viajante percorreu 624 Kms. em 12 dias; quantos kilometros andou por dia?

**97.** — Diga-me qual o quociente da divisão de 13,13 por 43 centesimos.

**98.** — Cornelio recebe 156$750 por 33 dias de trabalho; quanto ganha por dia?

**99.** — Pagaram-se 1:296$000 por 36 duzias de lenços; qual é o preço de um lenço?

**100.** — Manuel comprou 117 ms. de estofa por 257$400; quanto custou o metro?

**101.** — Com 393$490 compraram-se 361 Kgs. de manteiga; quanto custou o kilogramma?

**102.** — Venancio pagou ao seu açougueiro 264$000 por 240 Kgs. de carne; quanto lhe custou o Kg.?

**103.** — Hermenegildo, que tem o ordenado diario de 6$600, recebe 264$000 de salario; quantos dias trabalhou?

**104.** — Paguei 866$200 por 32ms.,5 de panno; qual é o preço de um metro?

**105.** — Si com 4:666$880 se compram 455ms.,75 de panno, qual é o preço de um metro?

**106.** — Um negociante de vinho comprou 850 ls. por 510$000; quanto lhe custou o litro?

**107.** — Romualdo comprou 154 Kgs. de assucar por 160$100 e quer ganhar, na venda, 17$000; por quanto deve vender cada Kg.?

**108.** — Qual é o numero que, multiplicado por 341, dá 443641?

**109.** — Trinta e cinco saccos do mesmo tamanho conteem juntos 131 Hls.,25 de feijão; quantos litros de feijão contem cada sacco?

**110.** — Com 7$750 compráram-se 525 ms. de fita; quanto custou o metro?

**111.** — Quantos annos ha em 10512000 minutos?

**112.** — Quantos annos ha em 409968000 segundos?

**113.** — Querendo pagar 7:500$000 em notas de 20$000, quantas notas devo dar?

**114.** — Theophilo comprou 5ms.,80 de estofa por 191$400 quanto lhe custou o metro?

**115.** — Com 900$000 compráram-se 30000 pennas; quanto custou a duzia?

**116.** — Doze duzias de canivetes custáram 433$440; quanto vale cada canivete?

**117.** — Theodoro pagou 300$000 por 600 canivetes; si quizesse ganhar 0$300 em cada um, por quanto deveria vender a duzia?

**118.** — Quanto póde gastar por dia quem tem uma renda de 4:018$650 annuaes?

**119.** — Um milheiro e meio de telhas custou 247$500; quanto vale cada telha?

**120.** — Que quantia é necessaria para a manutenção de 34 doentes durante 1 anno, pagando cada um 120 reis por hora?

**121.** — Trinta operarios fizeram 56160 ms. de um certo trabalho em um anno; pergunta-se quantos metros fez cada um por semana, sabendo-se que um anno tem 52 semanas e a semana 6 dias uteis?

**122.** — Jeronymo recebeu 3690 pacotes de pennas, contendo 1350 pennas cada um; quanto tem a pagar si cada penna custa 0$050?

**123.** — Diga-me qual o numero que, multiplicado por 78, dá 269568?

**124.** — Compraram-se 345 ms. de panno por 1:035$000; por quanto se deve vender o metro para se ter o lucro total de 86$250?

**125.** — Com a collocação de vidros em 24 janellas, com 12 vidros cada uma, gastáram-se 486$000; quanto custou cada vidro?

**126.** — Qual é o numero que, dividido por 78946, dá 678 como quociente?

**127.** — Comprei 6 juntas de bois a 395$000 a junta e paguei 12$500 de imposto por cada boi e 15$000 pela conducção de todos; qual foi meu gasto total?

**128.** — Quantos dias são necessarios a um escrivão para copiar um volume de 720 paginas, si elle é capaz de copiar 3 paginas numa hora, trabalhando 13 horas por dia?



**129.** — Quantos minutos ha em 13 annos, 25 dias e 20 horas?

**130.** — Uma somma foi dividida entre 450 pessôas de modo, que 20 destas receberam juntas 1:000$000 e, que das restantes, cada uma recebeu 20$000; qual é esta somma?

**131.** — Cem volumes de uma obra custaram 75$000; qual é o preço do volume, e por quanto se o deve vender para se ganhar 5$000 sobre o total?

**132.** — A provisão annual de biscoutos necessaria a 1750 homens é de 4471250 Hgrs.; quanto consome cada homem por dia?

**133.** — Mauro recebeu 54$000, como seu salario de 6 dias de 12 horas de trabalho; quanto ganha por hora?

**134.** — Compráram-se 44 ms. de panno por 264$000, 56 ms. de velludo por 211$120, 72 ms. de chita por 180$000 e 50 ms. de seda 400$000; qual é o preço do metro de cada qualidade de tecido?

**135.** — Frederico deve encadernar 972 volumes de uma obra; quantos volumes vae encadernar por dia si tem que terminar o trabalho dentro de 27 dias?

**136.** — Um pedreiro ganhou 11$000 em tres dias; quanto ganha por dia?

**137.** — A despesa para a realisação de uma construcção foi fixada em 14:790$000; pergunta-se em quantos dias se fará a obra, sabendo que se empregam 17 operarios com o salario de 5$000 por dia cada um?

**138.** — Secundino ganha 8$550 por dia e gasta 6$300; qual será sua economia no fim do anno, sabendo que o anno tem 52 domingos e 15 feriados?

**139.** — Calimerio, que recebeu 6 caixas contendo juntas 750 Kgs. de queijo, pagou 945$000; quantos Kgs. contem cada caixa e qual o preço dum Kg.?

**140.** — Comprei 48 duzias de lapis por 28$800; por quanto devo vender a duzia para ganhar 0$020 em cada lapis?

**141.** — Um negociante a quem devo 5:600$000, vende-me mercadorias no valor de 1:650$000 e empresta-me 734$000; quanto lhe devo agora?

**142.** — Gaudencio, que tinha uma renda annual de... 2:656$500, economisou 6:450$000 em 15 annos; quanto gastava por dia?

**143.** — Quanto se paga por uma resma de papel cuja folha custa 0$030, sabendo-se que uma resma contem 25 cadernos e um caderno 5 folhas?

**144**. — Um escrivão copiou uma obra de 350 paginas, cada pagina tendo 25 linhas e cada linha 40 letras; quanto receberá se percebe 0$001 por cada letra?

**145**. — Si comprar 36 mil pennas a 0$011 cada uma, quanto vou pagar?

**146**. — Compráram-se 108 volumes a 20$000 a duzia; qual foi o custo total e por quanto se deve vender cada volume para se ganhar um total de 16$000?

**147**. — Pagáram-se 121$600 por 100 volumes de uma certa obra; venderam-se 12 á 1$500 cada. Por quanto se deve vender os restantes para se ter um lucro de 14$000 ao todo?

**148**. — Samuel deu 753 ms. de panno para pagar 3052 ms. de chita; quanto vale o metro de chita si o panno foi avaliado á razão de 16$000 o metro?

**149**. — Raul recebeu 45 pipas de vinho de 250 ls. cada uma e á razão de $350 o litro; quanto deve pagar?

**150**. — Uma resma de papel custa 7$500; qual é o preço da folha, sabendo-se que a resma tem 20 cadernos e o caderno 5 folhas?

**151**. — Os alumnos de um collegio estão divididos em 6 classes; si a 1.a contem 42, a 2.a 7 a mais, a 3.a 18 mais do que a 2.a, a 4.a 12 mais do que a 3.a a 5.a tanto quanto a 1.a e a 2.a juntas e a 6.a tem 15 alumnos; quantos alumnos tem o collegio si entrarem ainda 49?

**152**. — Com 400$000 a mais do que possuo agora, poderei pagar uma divida de 850$750 e me restarão 67$000; quanto possuo?

**153**. — Antonietta comprou leite no valor de 400 réis, 500 réis de queijo, 200 réis de legumes e 300 réis de peixe; quanto lhe sobra de 4$500 que possuia?

**154**. — Um negociante comprou por 98:560$000 um bosque, do qual elle tirou 650 traves e o restante em lenha. Qual será seu lucro se vender cada trave a 160$000 e a lenha por 3:560$000?

**155**. — Quantos segundos ha em 36 annos, 21 dias, 19 horas e 55 minutos?

**156**. — Urbano comprou 25 resmas de papel á razão de 0$050 a folha; quanto vae pagar? *(Ver o problema n.º 150)*.

**157**. — Qual será o valor de 12 duzias de canivetes, valendo cada canivete 3$010?

**158**. — Brazilino deve fazer 360 ms. de um determinado trabalho em 15 dias; quantos deverá fazer por hora, si trabalhar 12 horas por dia?



**159**. — Um emprezario comprou 2 vagões de tijolos, cada um com 15000 tijolos, que pagou á razão de 30$500 o milheiro, tendo gasto com o transporte 0$300 por milheiro; quanto desembolsou?

**160**. — Simplicio quer vender 105 mil garrafas á razão de 25$120 o cento; quanto receberá, e qual será seu lucro si as despezas de compra e de transporte montaram a 25:800$000?

**161**. — Quanto se vai pagar, por 18 dias de trabalho, a 18 operarios, 8 dos quaes ganham 6$750 por dia e os outros ganham 5$300 por dia?

**162**. — Num laboratorio ha 33 operarios, dos quaes 11 ganham 6$300 por dia, 127$600 e os outros ganham 8$750; que somma é precisa para pagar-lhes durante um anno sabendo que não trabalham 52 domingos e 15 feriados?

**163**. — Deseja-se dividir 380$000 entre 15 pessôas, 8 dellas devendo receber 30$000; quanto vae receber cada uma das outras sete?

**164**. — Avelino transportou para o mercado 6 cestas contendo 20 duzias de óvos cada uma; em cada cesta encontrou 15 óvos quebrados e vendeu os outros a 0$035 cada um; deseja-se saber quanto recebeu; quanto teria recebido si não encontrasse nenhum ovo quebrado; de quanto foi o seu prejuizo.

**165**. — De uma importancia de 8:725$000 24 sargentos receberam 260$000 cada um; quanto coube a cada um dos 450 soldados entre os quaes se dividiu o restante?

**166**. — Melchior, que comprou 50 resmas de papel por 700$000, pergunta a seus discipulos quanto lhe custou a resma e a folha si a resma contem 500 folhas.

**167**. — Anselmo comprou 34000 garrafas por 1:580$000 e as vende a razão de 25$000 o cento; qual é o seu lucro liquido, se pagou 135$000 de alfandega e 75$000 de commissão?

**168**. — Quantos metros de linho se terão em troca de 45 ms. de panno de 6$600 o metro, si o metro de linho custa 3$300?

**169**. — Xisto recebeu um batelão carregado com 80 pipas de vinho, de 120 litros cada uma; cada pipa lhe custou 50$000 e fez 6$000 de alfandega, 8$000 de commissão, e 2$000 de transporte; qual seu lucro liquido, vendendo o vinho a 0$950 o litro?

**170**. — Compráram-se 20 resmas de papel a 8$500 a resma, 3 duzias de livros a 0$750 cada um, 2000 pennas a 8$500

o milheiro, 2 livros registro a 1$000 cada um; 5 duzias de lapis a 0$040 cada um, e 24 canivetes a 16$000 a duzia; o pagamento se faz em prestações eguaes. Qual é o valor de cada prestação?

**171.** — Zeferino comprou 18 pipas de vinho contendo 225 ls. cada uma, pagando 184$890 por cada uma; quanto ganhará, vendendo o litro de vinho a 0$900, e sabendo-se que ha 6 ls. de fezes em cada pipa?

**172.** — Paschoal, desejando ter uma renda annual de 2:530$000 economisou 8:460$000 em 12 annos; qual era sua despesa diaria?

**173.** — Catharina comprou 8 fardos de lã, pesando 159 kgs. cada um, tendo pago 4$000 pelo transporte; quanto desembolsou si cada kg. de lã lhe custou 2$750?

**174.** — Mario comprou 800 pratos fundos a 15$000 o cento; por quanto deve vender cada prato para ter um lucro total de 10$000, sabendo-se que, na viagem, se quebraram 30 e que o transporte lhe custou 8$600?

**175.** — Cinco pipas de vinho, contendo juntas 1200 litros, custaram 375$000; si cada pipa faz uma despeza de.... 39$000 de imposto, 6$000 de alfandega, 4$000 de transporte e 1$350 de engarrafamento, qual deve ser o preço de venda para se ter um lucro de 0$310 em litro?

**176.** — Qual é o producto de 0,79899 por 0,60708?

**177.** — Deseja-se dividir a importancia de 612$000 entre 36 pessoas; si a 12 pessoas cabem 15$000 a cada uma, qual será a parte de cada uma das outras?

**178.** — Por 19 fardos de 36 peças cada um, contendo 12 lençóes cada uma, pagaram-se 9:840$000, 150$000 de transporte, 64$000 de impostos aduaneiros e 16$000 de emballagem; qual será o lucro vendendo-se cada lençol a 3$300?

**179.** — Tullio deu 52 ms. de panno de 12$000 o metro em pagamento de 6 duzias de chapéos de 8$550 cada um; quanto deve ainda receber?

**180.** — Pagáram-se 972$000 pela collocação de vidros em 108 janellas de 12 vidros cada uma; quanto se pagou por vidro?

**181.** — Devo receber 6:739$000 em 3 prestações; si a 1.ª fôr de 1:709$000 e a 2.ª de 3:468$000, de quanto vae ser a 3.ª?

**182.** — Mariano arrendou varios terrenos, dos quaes colhia annualmente 1250 quintaes metricos de feno; por quanto o arrendante deverá vender cada quintal, si tirar 140 quin-



taes para seu gasto e quizer ganhar 444$000, sabendo-se que elle paga de arrendamento 5:550$000?

**183.** — Aristoteles recebeu 2:040$000 pela collocação de 10 vidros em cada janella duma casa, á razão de 1$360 por vidro. Quantas são as janellas da casa?

**184.** — Quer se conhecer o numero de janellas das quatro fachadas dum castello, sabendo-se que cada fachada tem numero egual de janellas, que ao vidraceiro se pagaram.... 1:248$000, que se pagaram 1$300 por cada vidro e que cada janella tem 8 vidros?

**185.** — O locatorio Uldarico, que paga 4:336$000 por uma casa, recebe 80$000 por trimestre de cada um dos 20 inquilinos que tem; qual é seu lucro annual?

**186.** — Um ourives, que tem 3 operarios, dá ao 1.º 5$250 por dia, ao 2.º 4$750, e ao 3.º 3$350; quanto paga a cada um por tres semanas de trabalho, e qual é seu desembolso total?

**187.** — Cypriano comprou 157896 Kgs. de assucar por 289$480 e os vendeu por 363$168; quanto ganhou em cada Kg.?

**188.** — Um negociante recebe 275 Kgs. a troco de 25 saccos de assucar de 13$750 cada um; qual é o preço do Kg.?

**189.** — Qual é o preço de 585 duzias de laranjas a 0$050 cada laranja?

**190.** — Rodolpho comprou 7020 peras a 0$050 cada uma, e as vendeu a 1$650 a duzia; qual foi o seu lucro?

**191.** — Quanto se deve pagar por dois vagões de telhas a 75$250 o milheiro, cada vagão contendo 2515 telhas?

**192.** — Quantas horas por dia trabalhará um escrivão, si em 20 dias elle deve copiar um livro de 720 paginas, suppondo que escreve 3 paginas n'uma hora?

## Fracções

**193.** — X, Y, Z fizeram juntos um certo trabalho, no qual X trabalho 17 dias e $^3/_4$, Y 21 dias e $^7/_8$ e Z 23 dias e $^5/_6$; quantos dias trabalharam ao todo?

**194.** — Sommar as seguintes fracções; $^3/_7$, $^2/_9$, $^1/_4$, $^6/_{10}$, $^4/_8$, e reduzir a fracção total á expressão mais simples.

**195.** — Sommar: 14 $^3/_5$, 19 $^8/_9$, 41 $^2/_7$, 34 $^6/_{11}$.

**196.** — Quanto resta de 14 $^7/_9$ depois de lhe ter tirado 13 $^{11}/_{12}$?

**197.** — Dos $^3/_4$ duma peça de panno vendi os 15 $^2/_5$; quanto me resta?

**198.** — Para a confecção de 24 lenços empregaram-se 15 ms. $^{2}/_{5}$ de linho; quantos metros empregaram-se para cada lenço?

**199.** — Os $^{2}/_{5}$ de uma peça de panno custaram 435$000; quanto custarão os $^{5}/_{9}$ da mesma peça?

**200.** — Si os $^{7}/_{10}$ de terreno custaram 430$000, quanto custará o restante?

**201.** — A maior de duas pipas de vinhos contém 240 ls., quanto contém a outra, que é os $^{2}/_{5}$ da primeira?

**202.** — Compráram-se 46 ms. de panno por 360$000; qual deve ser o preço de venda do metro para se ganhar $^{1}/_{4}$ sobre o total?

**203.** — Sigefredo ganha 2:281$250 por anno e economisa $^{1}/_{5}$ do seu ordenado annualmente; o restante elle despende com a sua subsistencia. Quanto ganha por dia?

**204.** — Uma torneira d'agua enche um reservatorio em 5 horas, um segundo reservatorio em 4 horas e um terceiro em 3 horas; si tivesse que enchel-os simultaneamente quanto tempo gastaria?

**205.** — Depois de ter vendido a setima parte de uma peça de panno, essa ficou com 48 ms. de comprimento; qual era o seu comprimento primitivo?

**206.** — Uma vendedora de fructas vendeu os $^{3}/_{7}$ dos $^{2}/_{5}$ de suas fructas; com quanto ficou?

**207.** — Para esvasiar um barril de 250 ls. empregaram-se tres torneiras; a maior dava escoamento a 2 ls. e $^{2}/_{3}$ por minuto, a segunda 2 ls. e $^{1}/_{2}$ e a terceira a 1 litro e $^{3}/_{4}$; quanto tempo se empregou nesta operação?

**208.** — Affonso perdeu no jogo a setima parte dos seus haveres e ficou ainda com 27:090$300; qual era a sua fortuna?

**209.** — Um barco anda 3 Mms. e $^{1}/_{2}$ numa hora; quanto vae fazer em 3 horas e $^{6}/_{7}$?

**210.** — Os $^{3}/_{8}$ dos $^{8}/_{9}$ de um numero fazem 120; qual é este numero?

**211.** — Trocaram-se 3 Kgs. e $^{1}/_{2}$ de chocolate por 8 ls. e $^{1}/_{2}$ de vinho; que quantidade de vinho foi dado em troca de 1 Kg. de chocolate e vice versa?

**212.** — Com 5$300 compráram-se 3 ms. e $^{5}/_{6}$ de fita; quantos metros comprar-se iam com 1$000?

**213.** — Uma turma de operarios seria capaz de perfurar um poço em 9 dias, uma segunda turma em 10 dias e uma terceira em 12 dias; em quanto se daria a perfuração do po-



ço no caso de se empregarem simultaneamente $^{1}/_{4}$ da 1.ª turma, $^{1}/_{3}$ da segunda e $^{1}/_{2}$ da terceira?

## Systema metrico

**214.** — Quantos metros se obtem multiplicando 452 cms. por 9, 8?

**215.** — Dizer quantos decimetros e fracção do decimetro se obteem, dividindo 87 cms. por 0,00056.

**216.** — Um negociante comprou 450 ms. de fita, que depois vendeu com um lucro de 0$030 em cada dois centimetros qual foi seu lucro total?

**217.** — Martinho vendeu 38 dms. de corda á razão de 0$800 o metro; quanto recebeu?

**218.** — Um pedestre deve percorrer um trajecto de. . . . 4 Mms., 06; quanto tempo vae empregar si fizer 2 Kms., 3 numa hora?

**218.** — Quantas voltas deve dar a roda de um vehiculo, a qual tem 1 m., 20 de diamatro, percorrendo uma estrada de 12 Kms.,09?

**219.** — Ricardo, que devia semear um campo de 140 Ha., já semeou 69 Ha. e 15 a.; qual é a superficie total do cultivado?

**220.** — Uma floresta está dividida em 37 partes, tendo cada uma 9 Ha. 28 a. e 2 ca; qual a sua superficie?

**221.** — Dezoito operarios tomaram o encargo de destocar 975 a. e 2 ca. de terreno cada um; qual será o total do terreno destocado?

**222.** — Distribuiram-se 93 ests., 2 de lenha entre 28 familias; quanto coube a cada familia?

**223.** — Na construcção de certo edificio empregaram-se 4749 pedras de 295 dm. c. cada uma; qual foi, em m.c., o total de pedras empregadas?

**224.** — Determinar quantos litros de vinho ha em 3 barris, sabendo-se que o primeiro tem a capacidade de 2 Hl., 4, o segundo de 2 Hl., 45 e o terceiro de 300 ls.?

**225.** — Deseja-se saber quantos Hls. de vinho ha em 689 barris, contendo 125 ls. cada um.

**226.** — Deseja-se pôr 15952 Hl., 80 de vinho em 6647 barris; quantos litros vae conter cada barril?

**227.** — Qual é o preço de 690 grs. de certa mercadoria vendida á razão de 45$000 o hectogramma?

**228.** — Achar em Hgrs., o peso de uma sacca de assucar, sabendo-se que 6749 saccas pesam 57029 Kgs.,05.

**229.** — Quantos litros dagua contem um tubo cylindrico que tem 8 ms. de comprimento e 50 cms. de diametro.

**230.** — Um cubo de ferro de 3 cms. de espessura e 2 ms. de altura está cheio de mercurio; qual é o peso total, em Kgs., sabendo-se que cada kilogramma de mercurio pesa 13 Kgs., 6 e cada kilogramma de ferro pesa 7 Kgs., 8?

**231.** — Qual é o peso de 540$250 em prata? em ouro?

**232.** — Quantas moedas de 2$000 se podem fazer com uma barra de prata cujo peso é de 5400 grs.?

**233.** — Quantos Kgs. de metal fino e quantos Kgs. de liga em 38:945$000 em prata?

**234.** — Com 8:800$000 comprei 444 Kgs. de certa mercadoria; quanto me custou o Hg. e quanto ganhei si a vendi á razão de 25$500 o Kg.?

## Superficie

**235.** — Qual é a superficie dum terreno rectangular, tendo 450 ms. de comprimento e 120 braças de largura?

**236.** — Qual será o valor de um campo quadrado de 725 ms. de lado, si cada Ha. vale 2:800$000?

**237.** — Determinar, em m. q. a superficie de um circulo de 25 centimetros de raio.

**238.** — Qul é a circumferencia de um circulo cuja area é de 625 m. q.?

**239.** — O diametro dum circulo é 34 ms.; qual é a sua superficie?

**240.** — Achar a superficie dum jardim circular tendo 28 ms. de diametro.

**241.** — Qual é a superficie dum pateo circulár, que tem 50 ms. de circumferencia?

**242.** — Uma sala de 12 ms. de comprimento, 9 ms. de largura e 4 ms. de altura deve ser pintada, quanto se vae pagar ao pintor si elle cobrar 1$400 por cada m. q. de parede e 3$500 por cada m. q. de forro.

**243.** — Qual é a superficie lateral duma columna de 17 ms. de altura e 7 ms. de circumferencia?

**244.** — A circumferencia dum cone é de 12 ms. e a distancia do vertice a circumferencia de 6 ms.; quanto vae



custar a pintura desse cone, sabendo que vae ser paga á razão 3$500 o m. q.?

**245.** — Um poço de 15 ms. de profundidade e 4 ms. de circumferencia vae ser limpo por 180$000; quanto vae se pagar por m. q.?

**246.** — Qual é, em m. q., a superficie das duas faces de um muro que tem 26 ms. de comprimento e 6 ms. e 20, de altura e no qual se abriram 2 janellas tendo cada uma 2 ms. de altura e 1 m., 60 de largura?

**247.** — Pagando-se á razão de 250$000 o are em quanto vae importar um terreno trapezoidal com 30 ms. de altura, e cujas bases medem, a menor 46 ms. e a maior 50 ms.?

**248.** — Achar a superficie total de um cylindro cujo diametro é de 2 ms., 6 e altura mede 6 ms., 50?

**249.** — Exprimir em dm. q. a superficie total de um cone, cuja circumferencia da base tem um raio de 5 ms., 5 e cuja distancia do vertice á circumferencia da base é de 12 ms., 20.

## Problemas relativos aos solidos

**250.** — Qual é, em dm. c., o volume dum cubo de 4 ms. de aresta?

**251.** — Qual é, em cm. c., o volume de um cylindro cujo raio da base é de 2 ms., 6 e cuja altura mede 0 m., 9?

**252.** — Qual é o volume de um corpo de 15 ms. de comprimento, 0 m., 59 de largura e 0 m., 50 de espessura?

**253.** — Qual é, em m. c., o volume de uma esphera medindo 58 cms. de raio?

**254.** — Qual vae ser o peso de uma esphera de platina, cujo diametro mede 0 m., 16, sabendo que a platina pesa 22 vezes mais do que a agua.

**255.** — Uma pyramide de ferro tem uma base que é um quadrado de 80 cms. de lado e uma altura de 15 cms.; qual é seu peso sabendo-se que o dm. c. de ferro pesa 7 Kgs., 8?

**256.** — Que quantidade de material será necessaria para construir uma pyramide de 6 m. q. de base e 12 ms. de altura e qual será o peso desta pyramide sabendo-se que um m. c. de alvenaria pesa 800 Kgs.?

**257.** — Quantos esteres de lenha póde conter um deposito de 15 ms. de comprimento, 7 de largura e 6 de altura?

**258.** — Qual é o peso de mercurio contido num cylindro de vidro tendo 20 cms. de diametro, 15 cms. de altura e 0 cm., 8

de espessura, sabendo-se que um dm. c. de mercurio pesa 13 Kgs., 6?

**259.** — Quantos Hls. d'agua ha n'um reservatorio cylindrico de 3 ms., 5 de raio e 2 ms., 5 de profundidade; sabendo-se que a agua sobe até os $^3/_4$ da altura?

## Regra de tres simples

**260.** — Si uma duzia de maçãs custou 1$500, quanto custam 624 maçãs?

**261.** — Qual é o preço de 42 canivetes que são pagos á razão de 35$000 a duzia?

**262.** — Com 3$000 compram-se 200 pennas; quantas pennas comprar-se-ão com 16$500?

**263.** — Quantos dias deve trabalhar para ganhar 210$000 um operario que, em 30 dias ganha 180$000?

**264.** — Quantos Kgs. de pão são necessarios para alimentar 150 homens, si com 130 Kgs. se alimentam 65?

**265.** — Leoncio recebe 264$000 por 44 dias de trabalho; quanto teria recebido si trabalhasse mais 14 dias?

**266.** — Qual é a altura de uma torre que dá 110 ms. de sombra, sabendo-se que si tivesse 2 ms. de altura daria 5 ms. de sombra?

**267.** — Deseja-se vender por 4$500 um objecto que custou 4$000; quanto por cento vae se ganhar?

**268.** — Vendeu-se certa mercadoria por 4:000$000 e ganhou-se 5% sobre o preço de compra; quanto custou a mercadoria?

**269.** — Comprei certo numero de peças de panno por 5:000$000 e ganharam-se na venda 500$000; qual foi a porcentagem ganha sobre o preço de compra?

**270.** — Comprou-se uma casa por 14:000$000; por quanto deve ser vendida para se ter um ganho de 6% sobre o preço da venda?

## Regra de tres composta

**271.** — Publicou-se uma certa obra em 2 volumes, cada volume com 200 paginas, cada pagina com 40 linhas e cada linha com 15 palavras; quantos volumes teria a mesma obra si cada volume tivesse 100 paginas, cada pagina 80 linhas e cada linha 30 palavras?

**272.** — Em 4 dias 18 operarios fizeram um muro de 8 ms. de comprimento, 6 ms. de altura e 0 m., 75 de espes-

S. Paulo — Escolas Profissionaes Salesianas, 1921